

粘性流体では、圧力係数 C_p は

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\rho U^2 / 2}$$

理想流体では

$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow C_p = 1 - 4\sin^2\theta = -3$$

図 10.12 円柱表面の圧力分布

図 10.12 に、理想流体と粘性流体における円柱まわりの圧力係数 C_p と角度 θ との関係を示す。

理想流体の場合には、左右対称の圧力分布となるので円柱にはまったく力は作用せず、実在する粘性流体の場合とは異なるので、これを **ダランベールの背理** (d'Alembert's paradox) という。臨界レイノルズ数 Re_c よりも小さい $Re < Re_c$ の流れでは、円柱表面の境界層は層流であり、A 点付近で流れのはく離が生じている。この現象を **層流はく離** (laminar separation) という。また、臨界レイノルズ数よりも大きい $Re > Re_c$ の流れでは、 C_p の最低値は理想流体の値に近くなり、その後急激に上昇して B 点付近ではく離している。これは円柱表面の境界層が層流から乱流に遷移するために、流れが円柱表面に沿ってより後方まで流れるからである。このようなはく離を **乱流はく離** (turbulent separation) という。乱流はく離によって円柱後方の **後流** (wake) の幅は狭くなり、背圧が大きくなるので抗力係数 C_d は著しく減少する。

b. 円柱に働く力

一様流中に置かれた円柱の抗力係数 C_D とレイノルズ数 Re との関係を、図 10.13 に示す。

ここで、抗力係数 C_D とレイノルズ数 Re は

$$C_D = \frac{D}{\rho U^2 d/2}, \quad Re = \frac{Ud}{\nu} \quad (10.63)$$

$Re < 1$ では、円柱まわりの流れは図 10.10 (a) のようにはく離せず、円柱には主として摩擦抵抗が働く。 $Re < 0.5$ では、ラム (Lamb) の理論式

$$C_D = \frac{8\pi}{Re(2.002 - \ln Re)} \quad (10.64)$$

がある。レイノルズ数が小さいときには、 Re の増加とともに C_D は減少し、 $Re = 2 \times 10^3$ 付近で $C_D \doteq 0.95$ の最小値となる。その後、 $Re = 10^4 \sim 2 \times 10^5$ の範囲で $C_D \doteq 1.2$ のほぼ一定値を保つ。 Re が $(2 \sim 4) \times 10^5$ で C_D は急激に低下し、約 0.3 となる。 C_D の急減するときのレイノルズ数を 臨界レイノルズ数 Re_c (critical Reynolds number) という。抗力係数 C_D が急減する理由は、前述したように、レイノルズ数が臨界レイノルズ数 Re よりも大きくなると、はく離点付近で乱流境界層となり、流れのはく離が円柱の後方にずれることに起因している。すなわち、乱流はく離が生じるためである。 $Re > Re_c$ では、 C_D は次第に増大する傾向にある。

例題 10.6 温度 20°C 、風速 $U = 30 \text{ m/s}$ の流れの中に、垂直に置かれた直径 $d = 20 \text{ cm}$ の二次元円柱に作用する単位長さ当たりの抗力 D を求めよ。

解 レイノルズ数 Re は

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{30 \times 0.2}{1.512 \times 10^{-5}} = 3.97 \times 10^5$$

図 10.13 より抗力係数は、 $C_D \doteq 0.6$ であるから、単位長さ当たりの抗力 D は

$$D = C_D \times \frac{\rho U^2}{2} \times d = 0.6 \times \frac{1.205 \times 30^2}{2} \times 0.2 = 65 \text{ N}$$

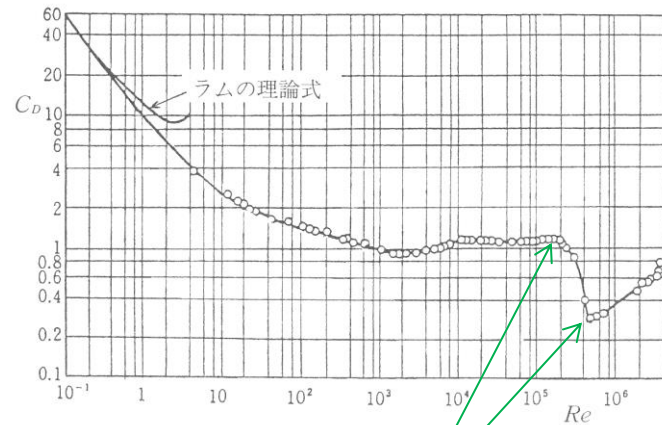


図 10.13 円柱の抗力係数

Re_c

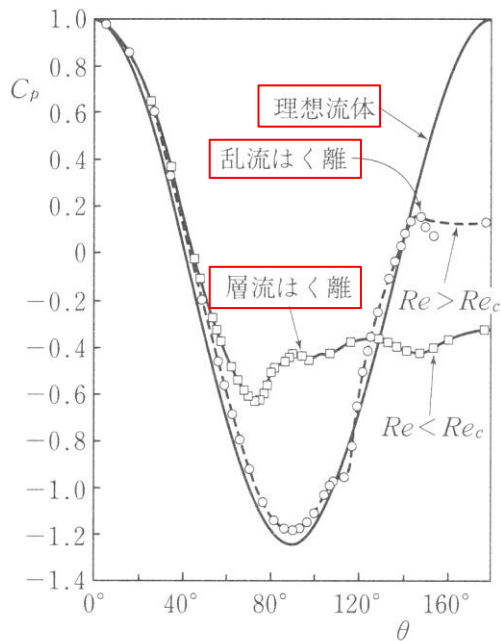


図 10.14 球表面の圧力分布

図 10.14 に、臨界レイノルズ数前後の球まわりの圧力係数 C_D と角度 θ との関係を示す。

球表面の流れが、臨界レイノルズ数 Re_c よりも小さいときに生じる層流はく離の場合と、臨界レイノルズ数よりも大きいときに生じる乱流はく離とでは、球表面の圧力分布に大きな違いが見られる。 $Re > Re_c$ の乱流はく離の生じる流れでは、理想流体の流れにかなりよく一致する。したがって、球表面の層流境界層を乱流境界層にすることによって、抗力を減少させることができる。また、円柱の場合と同様に、臨界レイノルズ数の値は、球表面の粗さや主流の乱れの影響を受ける。

次に、一様流中に置かれた球の抗力係数とレイノルズ数との関係を、図 10.15 に示す。

ここで、抗力係数 C_D とレイノルズ数 Re は

$$C_D = \frac{D}{\rho U^2 A / 2}, \quad Re = \frac{Ud}{\nu} \quad (10.65)$$

であり、 D は球に働く抗力、 ρ は流体の密度、 d は球の直径、 A は球の基準面積 ($\pi d^2 / 4$) である。

球のまわりの流れが、 $Re < 1$ の層流のときに球に働く抗力 D は、流体の粘度を μ とすると

$$D = 3\pi\mu dU \quad (10.66)$$

で与えられ、流れの速度 U に比例することがわかる。この式は理論式であり、**ストークスの法則** (Stoke's law) と呼ばれる。これより、抗力係数 C_D を求めると

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (10.67)$$

となる。この式は実験値とよく一致するが、 $Re > 1$ では実験値よりも小さくなる。流れが層流のこの範囲においては、球に働く抗力 D は、流れの速度 U に比例し、抗力係数 C_D は、レイノルズ数 Re に反比例する。なお、式 (10.67) のストークスの式に対して、 $Re < 2$ の範囲で適用できる **オゼーン (Oseen) の理論式**

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re \right) \quad (10.68)$$

がある。 $Re = 10^3 \sim 2 \times 10^5$ の範囲では、 $C_D = 0.4 \sim 0.5$ でほぼ一定であり、抗力は速度の 2 乗に比例して増加する。 C_D は $Re \approx 3 \times 10^5$ で急に減少するが、その理由は、円柱まわりの流れの場合と同じである。したがって、層流はく離よりも乱流はく離の方が後流が狭くなるので、球に働く抗力は低下する。ゴルフボールの表面についている小さなくぼみには、人工的に乱流境界層を起こしてボールに働く抗力を低下させる効果がある。

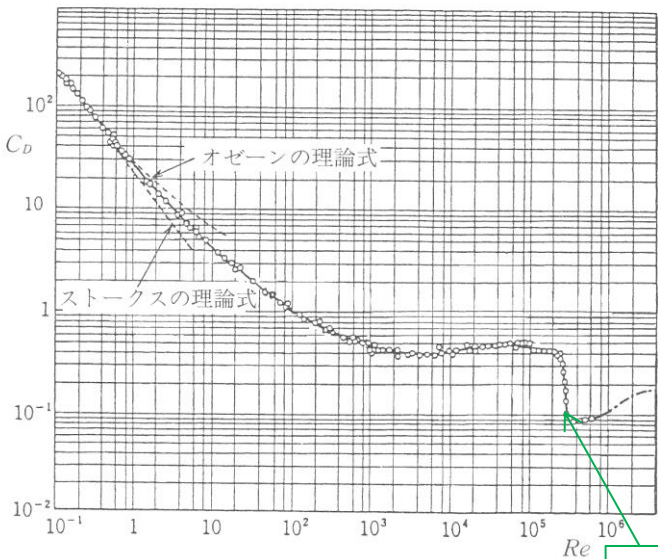


図 10.15 球の抗力係数

Rec