

# 理想流体の力学 (非粘性流体)

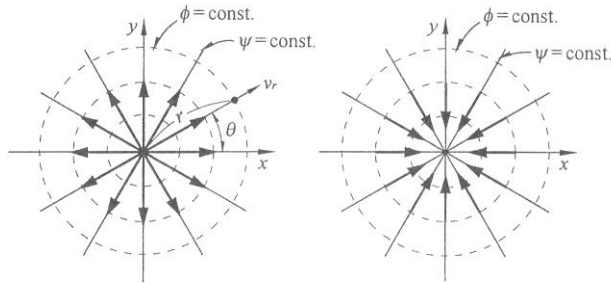


図 9.15 湧き出し流れと吸込み流れ

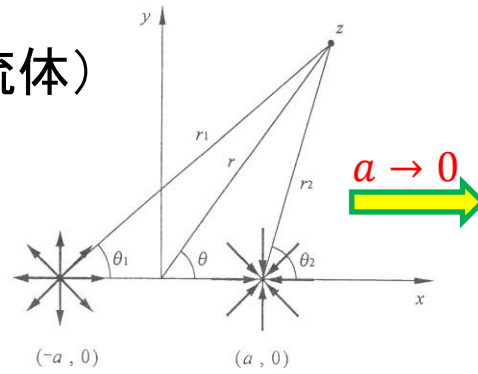


図 9.17 湧き出しと吸込みがつくる流れ

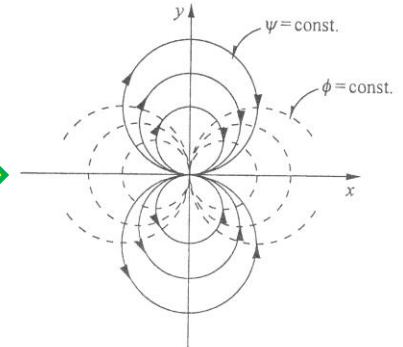


図 9.18 二重湧き出し

## c. 円柱まわりの流れ

$x$  軸に平行な速度の大きさ  $U$  の一様流れと強さ  $UR^2$  の二重湧き出しを合成した流れを考えると、複素速度ポテンシャルは次式で与えられる。

$$w = U \left( z + \frac{R^2}{z} \right) \quad (9.60)$$

この式に  $z = re^{i\theta}$  を代入

$$\phi = U \left( r + \frac{R^2}{r} \right) c \quad (9.61)$$

$$\psi = U \left( r - \frac{R^2}{r} \right) s \quad (9.62)$$

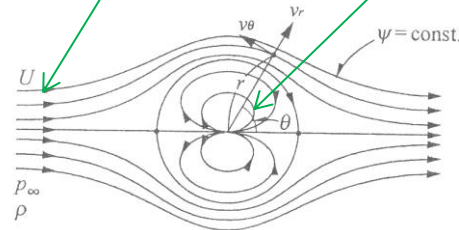


図 9.19 円柱まわりの流れ

が得られる。流線の方は

$$\left( r - \frac{R^2}{r} \right) \sin \theta = \text{一定}$$

となり、 $r=R$  (半径  $R$  の円) は流線であることがわかる。流線を固体壁に置き換えても流れの様子は変わらないので、式 (9.60) は図 9.19 に示すような円柱まわりの流れを表すことになる。

この円柱まわりの流れに、時計まわり方向の強さ  $\Gamma$  の循環 (ここでは  $\Gamma > 0$  とする) が加わった場合を考える。この場合、流れの複素速度ポテンシャルは次式で与えられる。

$$w(z) = U \left( z + \frac{R^2}{z} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z \quad (9.63)$$

式 (9.63) に  $z = Re^{i\theta}$  を代入して整理すると、速度ポテンシャル  $\phi$  および流れ関数  $\psi$  として次式が得られる。

完全流体 perfect fluid  
理想流体 ideal fluid  
非粘性流体 inviscid fluid



粘性が存在しない流体。  
粘性を持つ実在の流体を単純化したモデル。  
運動していても常にせん断応力が存在しない流体。

# 理想流体の力学

$$\phi = U \left( r + \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (9.64)$$

$$\psi = U \left( r - \frac{R^2}{r} \right) \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r \quad (9.65)$$

速度成分  $v_r, v_\theta$  は

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = U \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos \theta \quad (9.66)$$

$$v_\theta = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} = - \frac{\partial \psi}{\partial r} = -U \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (9.67)$$

となり、円柱まわりの流れは図 9.20 に示すように 3 通りに分かれる。

円柱表面では  $r=R$  とすると

$$v_r = 0, \quad v_\theta = -2U \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi R} \quad (9.68)$$

が得られる。さらに円柱表面での圧力分布は、ベルヌーイの定理を適用することによって、次式で与えられることがわかる。

$$\frac{p - p_\infty}{\rho U^2 / 2} = 1 - 4 \left( \sin \theta + \frac{\Gamma}{4\pi R U} \right)^2 \quad (9.69)$$

ここで、 $p_\infty$  は十分上流における圧力である。円柱表面の圧力分布を積分して流れ方向の力、すなわち**抵抗 (drag)  $D$** と、流れに垂直方向の力、すなわち**揚力 (lift)  $L$** を求め

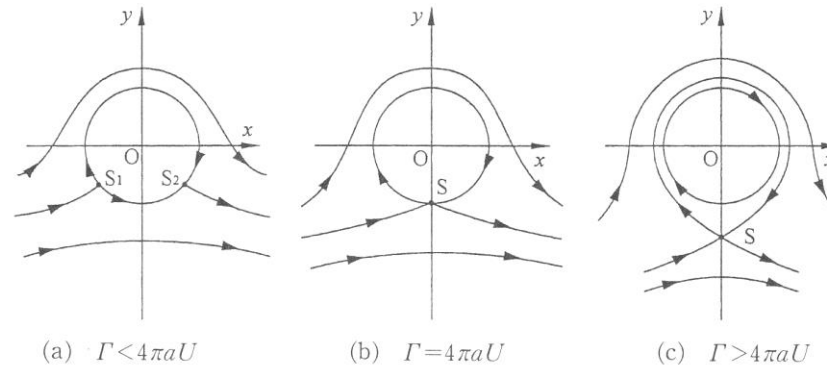


図 9.20 **循環のある流れ**