

4. 運動量法則とその応用

4.1 運動量の法則

力学における運動量保存則を、流れ学に適用！

$$F = m\alpha = m \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{dB}{dt} \quad (4.1)$$

質量 m と速度 v の積 $mv = B$ を運動量という。

4.2 固定平板に衝突する噴流の力

運動量の法則を適用！ 流入運動量＝流出運動量

大きな平板に噴流が垂直に衝突するときの、平板に及ぼす噴流の力 F は

$$F = \rho Q(V - 0) = \rho QV = \rho AV^2 \quad (4.2)$$

流入速度

流出速度 V の力 F 方向の速度成分は0

(例題) 流量 $10 \text{ m}^3/\text{min}$ の水が大きな平板に垂直に衝突。噴流が平板に及ぼす力を 1 kN 以下にするには、噴流の速度をいくらにおさえたらよいか。また、その時の噴流の直径を求めよ。

(解答) $F = 1 \text{ kN} = 1 \times 10^3 \text{ N}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $Q = 10/60 \text{ m}^3/\text{s}$ だから

噴流の限界速度 V は

$$V = \frac{F}{\rho Q} = \frac{1 \times 10^3}{1000 \times (10/60)} = 6 \text{ m/s}$$

噴流の直径 d は

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4 \times (10/60)}{6\pi}} = 0.188 \text{ m} = 18.8 \text{ cm}$$

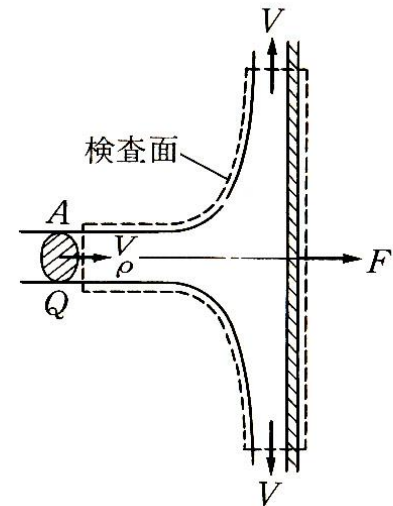


図4.1 大きな平板に及ぼす噴流力

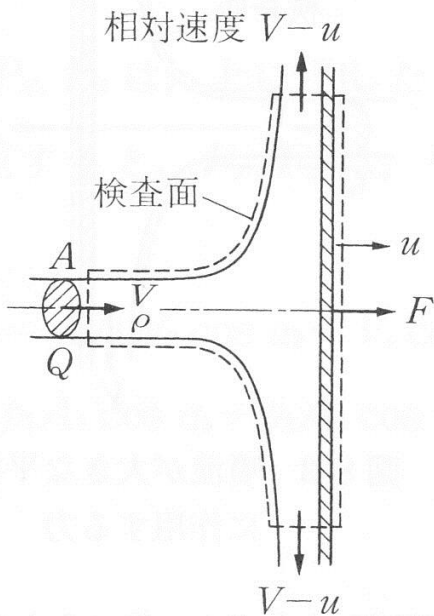


図 8.6 噴流が移動する大きな平板に作用する力

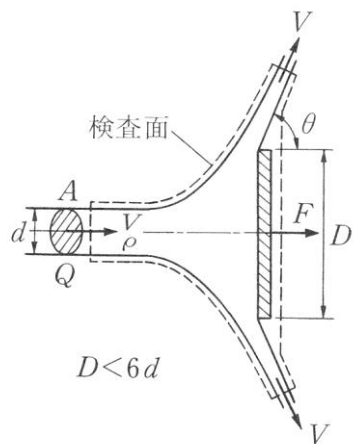


図 8.4 噴流が小さな平板に作用する力

8.2.3 移動する平板に衝突する噴流の力

図 8.6 に示すように、大きい平板が噴流と同じ方向に速度 u で移動する場合、噴流が平板に作用する力は、平板に対する噴流の相対速度を考える必要がある。いま衝突後の噴流は平板上での損失を考えず、最初の断面積 A の噴流の速度 V と同じ速度で平板に沿って流れ去るものとする。

この場合の平板に対する噴流の相対速度は $V-u$ 、また、平板の受ける流量 Q' は

$$Q' = A(V-u) \quad (8.15)$$

となるので、平板に作用する力 F は

$$F = \rho Q'(V-u) = \rho A(V-u)^2 \quad (8.16)$$

また、平板の受ける動力 L は、力×速度の関係より

$$L = F \cdot u = \rho Q'(V-u)u = \rho Au(V-u)^2 \quad (8.17)$$

つぎに、図 8.4 に示したような小さい平板が、図 8.6 と同じように、噴流と同じ方向に速度 u で移動する場合の噴流が平板に作用する力 F を考える。噴流の平板に対する噴流方向の相対速度の変化は $(V-u) - (V-u) \cos \theta = (V-u)(1 - \cos \theta)$ となり、平板の受ける流量 Q' は

$$Q' = A(V-u) \quad (8.18)$$

であるから、平板に作用する力 F は

$$F = \rho Q'(V-u)(1 - \cos \theta) = \rho A(V-u)^2(1 - \cos \theta) \quad (8.19)$$

8.2.4 曲面板に衝突する噴流の力

省略 See 基礎編

4.3 ジェットによる推力 F_t

水槽の水面の高さ h は一定。運動量の法則より

$$F_t = \rho Q V = \rho a V^2 \quad (4.3)$$

トリチェリーの定理より、ノズルから噴出する水の速度 V は、摩擦損失を無視すれば $V = \sqrt{2gh}$ だから

$$F_t = \rho Q V = \rho a V^2 = 2apgh \quad (4.4)$$

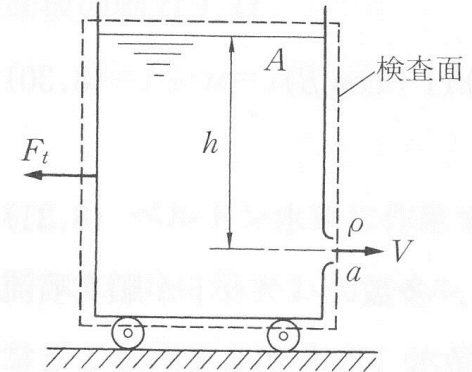


図4.2 ジェット推進

4.4 ジェット機の推力 F_t

$$F_t = \rho_e Q_e w_e - \rho_0 Q_0 v_0 = \rho_e A_e w_e^2 - \rho_0 A_0 v_0^2 \quad (4.5)$$

近似的に $G_0 = G_e = G (= \rho Q)$ が成立すると仮定

$$F_t = \rho Q (w_e - v_0) = G (w_e - v_0) \quad (4.6)$$

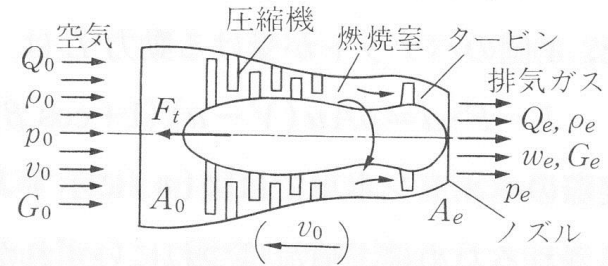


図4.3 ターボジェットエンジン

4.5 ロケットの推力 F_t

空気を取り入れないので、 $v_0 = 0$

$$F_t = \rho_e Q_e w_e = G_e w_e \quad (4.7)$$

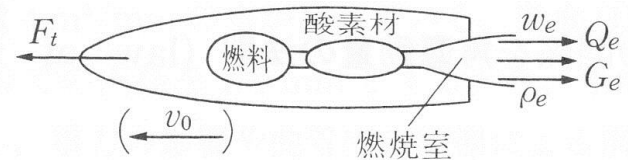


図4.4 ロケット