3.4 流れを表す方法

流体の流れを表すのに 2 種類の方法がある．一つは**ラグランジュの方法** (Lagrangian method)，他は**オイラーの方法** (Eulerian method) である．

a. ラグランジュの方法 ➡ 歴史的手法

この方法では，物理学における質点系の力学と同様の扱いをする．流体を粒子の集合体と考え，個々の粒子の運動を追跡する．たとえば，ある流体粒子 (背番号 i) に着目し，時間の関数としてその位置座標 $x_i(t), y_i(t), z_i(t)$ を求めるのがラグランジュの方法である．速度，加速度は $x_i(t), y_i(t), z_i(t)$ を時間で 1 回および 2 回微分すればよい．追跡する流体粒子の数が多いほど測定精度は高くなるのは当然であるが，この方法で流れの様子を調べることはかなり困難であるので，特殊な場合を除いて用いられることはほとんどない．

b. オイラーの方法 ➡ 統計的手法

ラグランジュの方法が特定の流体粒子に着目し，それを追跡することで流れの様子を調べる方法であるのに対し，オイラーの方法は特定の場所に着目して，そこを次々に通過する流体粒子の速度やそこでの圧力を調べる方法である．着目する場所の数が細かく多いほど測定精度は高くなる．オイラーの方法では，ある物理量の時間変化を求める場合，単純に時間で微分した値にはならない．これについて次節で説明する．

3.6 連　続　の　式

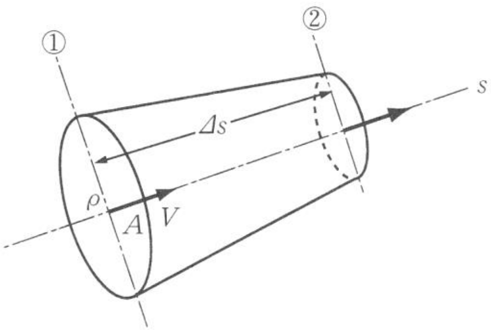

図 3.6　連続の式

図 3.6 のような流線 s を軸とする流管をとり，断面①とそこから微小距離 Δs 離れた断面②とで囲まれた流管要素を考え，これに対して質量保存則を適用する．まず，Δt 時間に断面①を通過してこの流管要素に流入する流体の質量は，ここでの断面積，速度，および流体密度をそれぞれ A, V, ρ とすれば，

$$\rho A V \Delta t$$

となる．一方，断面②を通過して流出する質量は，Δs が微小であることからテーラー展開の 1 次の項までとれば

$$\rho A V \Delta t + \frac{\partial(\rho A V \Delta t)}{\partial s}\Delta s$$

と表される．両者の差が，Δt 時間に流管要素内に蓄積される質量

$$\frac{\partial(\rho A \Delta s)}{\partial t}\Delta t$$

に等しいので，

$$\frac{\partial(\rho A \Delta s)}{\partial t}\Delta t = -\frac{\partial(\rho A V \Delta t)}{\partial s}\Delta s$$

となる．両辺を $\Delta s \Delta t$ で除して次式を得る．

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho A V)}{\partial s} = 0 \tag{3.4}$$

この式は，流体力学における質量保存則を表したもので**連続の式** equation of continuity) と呼ばれ，次節のオイラーの運動方程式，次章のベルヌーイの式と並んで重要な基本式である．

定常流では式 (3.4) は

$$\frac{\partial(\rho A V)}{\partial s} = 0$$

となるので，s に関して積分すれば

$$\rho A V = \dot{m} = 一定 \tag{3.5}$$

を得る．$\dot{m}$ は kg/s の次元をもち**質量流量** (mass flow rate と呼ばれる．さらに，非圧縮性流体の場合，式 (3.5) は

$$A V = Q = 一定 \tag{3.6}$$

と簡略化される．Q を**体積流量** (volumetric flow rate) といい，m^3/s の次元を有する．

なお，直角座標，円筒座標で表示された連続の式については付録 B を参照のこと．

例題 3.2　内径 20 mm の円管内を，密度 800 kg/m^3 の油が毎分 3 kg の割合で流れている．管内の平均流速を求めよ．

解　平均流速を V とすれば，式 (3.5) より

$$800 \times \frac{\pi}{4}(20 \times 10^{-3})^2 V = \frac{3}{60}$$

となり，$V = 0.2$ m/s を得る．