２. 静止流体の力学(静水力学)

2.1 圧力とは(面に垂直)
2.2 圧力の等方性
2.3 パスカルの原理

→ 圧力の三つの特性

2.4 圧力の単位
2.5 絶対圧とゲージ圧
2.6 液体の深さと圧力の関係(重力場)
2.7 圧力の計測
(a) ピエゾメータ
(b) U字管マノメーター
(c) 示差マノメーター

2.1　圧力とは

- 静止流体中にある壁面、or静止流体中に仮想した面には、その面に垂直な流体力が作用する。単位面積当たりに作用するこの力を圧力の強さ　or　単に流体の圧力(pressure)という。すなわち、

① 圧力は、面に垂直に作用する。

$$p = \frac{F}{A} \qquad (2.1)$$

p : 単位面積当たりに作用する力、圧力

F : 面積Aに作用する全体の力、全圧力

2.2　圧力の等方性

②　静止流体中においては、流体中の各点の圧力は、すべての方向に等しい。

y , z方向の力の釣り合いを考えると

$$p_y dA_1 = pdA\sin\theta\ ,\ p_z dA_2 = pdA\cos\theta$$

$$dA_1 = dA\sin\theta\ ,\ dA_2 = dA\cos\theta$$

$$\therefore\ p_y = p_z = p \qquad (2.2)$$

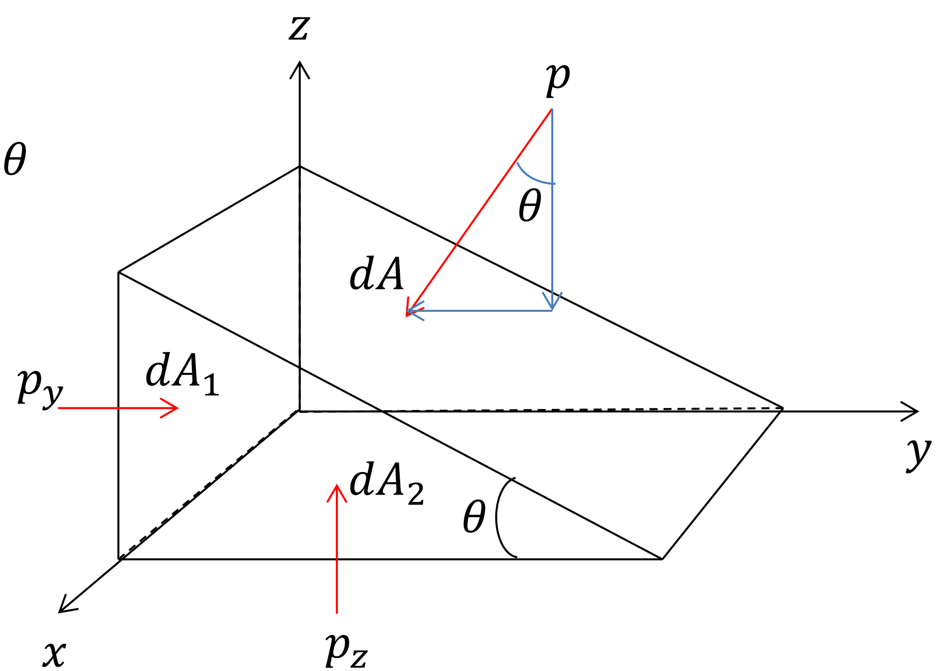

図2.1　静止流体中の圧力

2.3 パスカルの原理

③ 密閉容器内の静止している液体の一部に加えた圧力は、液体のすべての部分にそのままの強さで伝わる。(水圧機　油圧ジャッキ)

$$p = F_1/A_1 \;, p = F_2/A_2$$

$$\therefore \; F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \qquad (2.3)$$

断面積A_2をA_1よりも十分大きくすることにより、小さな力F_1で大きな力F_2を発生することができる。

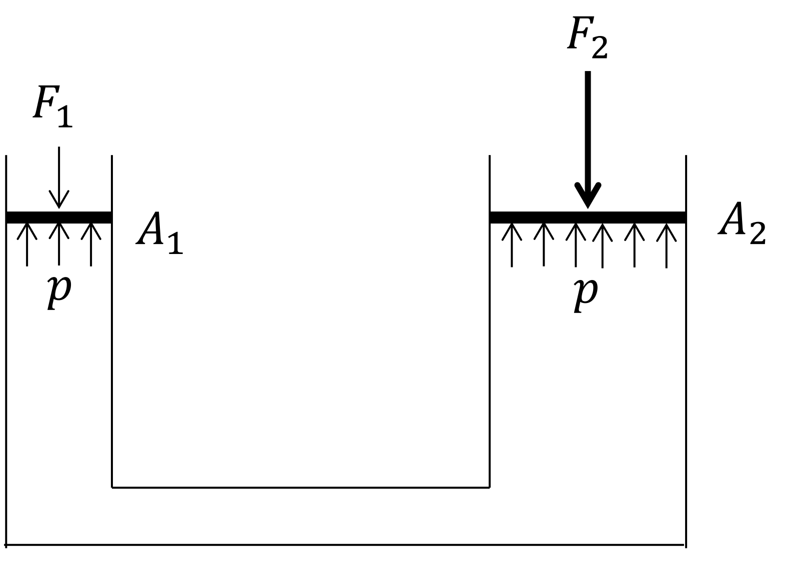

図2.2　水圧機の原理

以上の①、②、③を静止流体の圧力の三つの特質　という。

2.4 圧力の単位

- **SI単位：国際単位系: International System of Units**
- 圧力の単位：**Pa(パスカル)，kPa， MPa**
- 単位当たりの力意味するので：N（ニュートン）を用いると　N/m^2
- （工学単位：kgf/cm^2，水柱mmH_2O，水銀柱mmH_g でも表される。）

1 Pa ＝ 1N/m^2⇒SI単位系の基本単位

$1\ kgf/cm^2 = 9.807 \times 10^4\ Pa$

$1\ mmHg = 1.333 \times 10^2\ Pa$

＝ 1 Toor (トル；真空工学)

$1\ mmH_2O = 9.807\ Pa$

$1\ N = 1\ kg{\cdot}m/s^2$

標準気圧 1 atm ＝ 760 mmHg(緯度45°，海面上0℃，$g = 980.7 cm/s^2$，水銀の比重=13.6)

工学気圧 1 at ＝ $1\ kgf/cm^2 = 10mH_2O(4℃) = 98.07kPa = 735.6mmHg(0℃)$

例題 2.1　次の単位を SI 単位に換算せよ．

(1) 3.5 kgf/cm^2，(2) 250 kgf/cm^2，(3) 55.4 mmHg，(4) 360 mmH_2O．

解　(1)　$3.5\ kgf/cm^2 = 3.5 \times 9.8 \times 10^4\ Pa = 343 \times 10^3\ Pa = 343\ kPa$

(2)　$\boxed{250\ kgf/cm^2 = 250 \times 9.8 \times 10^4\ Pa = 2450 \times 10^4\ Pa = 24.5\ MPa}$

(3)　$55.4\ mmHg = 55.4 \times 1.33 \times 10^2\ Pa = 73.68 \times 10^2\ Pa = 7.368\ kPa$

(4)　$360\ mmH_2O = 360 \times 9.8\ Pa = 3528\ Pa = 3.528\ kPa$

$$1\mathrm{kPa} = 1000\mathrm{Pa} = 0.001\mathrm{MPa}$$
$$= 0.010197\,\mathrm{kgf/cm^2}$$
$$= 0.10197\mathrm{mH_2O} = 10.197\mathrm{cmH_2O}\text{(水柱)}$$
$$= 0.00750\mathrm{mHg} = 0.750\mathrm{cmHg}\text{(水銀柱)}$$

$$-0.012\mathrm{MPa} = -12\mathrm{kPa}$$
$$= -0.1223\,\mathrm{kgf/cm^2}$$
$$= -1.223\mathrm{mH_2O} = -122.3\mathrm{cmH_2O}\text{(水柱)}$$
$$= -0.09\mathrm{mHg} = -9\mathrm{cmHg}\text{(水銀柱)}$$

SI単位　換算表

省略

2.5　絶対圧とゲージ圧

絶対圧p_{A}＝大気圧＋ゲージ圧

$$p_{\mathrm{A}} = p_a + p_G$$

ゲージ圧p_G＝絶対圧－大気圧

$$p_G = p_{\mathrm{A}} - p_a$$

絶対圧p_{B}＝大気圧－真空圧

$$p_{\mathrm{B}} = p_a - p_G$$

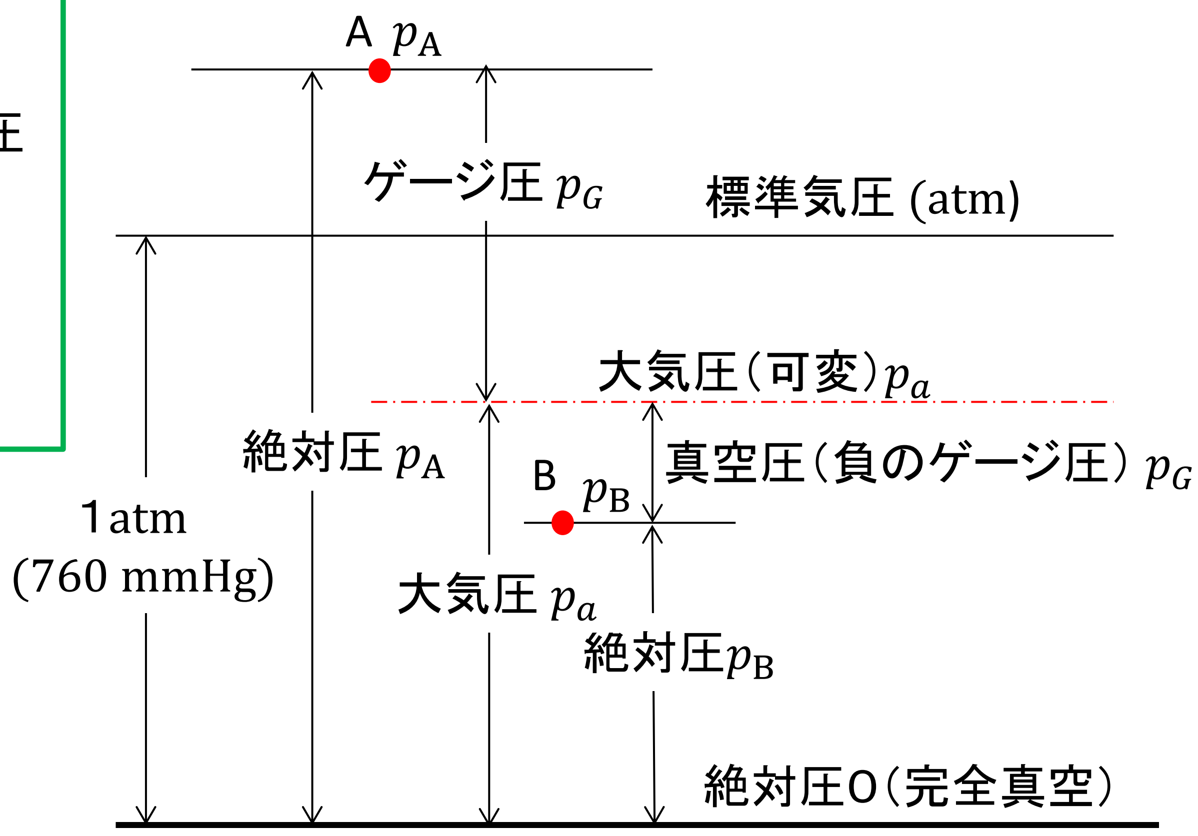

図2.3　絶対圧とゲージ圧との関係

2.6　液体の深さと圧力の関係

絶対圧 :

$$\boxed{p = p_a + \rho g(z_0 - z) = p_a + \rho g h} \qquad (2.4)$$

ゲージ圧 :

$$\boxed{p - p_a = \rho g h} \qquad (2.5)$$

液面では、大気圧$p_a = 0$(ゲージ圧で0)

$$\therefore \boxed{p = \rho g h \text{（ゲージ圧）}} \qquad (2.6)$$

液面の深さhは、

$$\boxed{h = \frac{p}{\rho g}} \qquad (2.7)$$

h: 圧力ヘッド、or 圧力水頭　pressure head

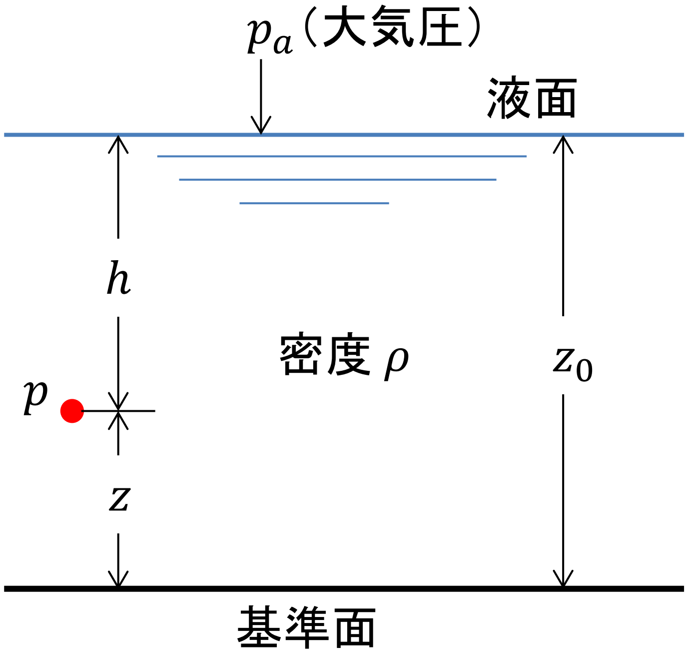

図2.4 液体の深さと圧力

2.7　圧力の計測

(a) **ピエゾメータ**

容器内Aの圧力を求める。

$p = p_a + \rho g H$ （絶対圧）　　　　(2.8)

(b) **U字管マノメーター**

容器内Aの圧力を求める。

$$p + \rho_1 g h_1 = p_a + \rho g h$$

$p = p_a + \rho g h - \rho_1 g h_1$ （絶対圧）　　　　(2.9)

$p - p_a = \rho g h - \rho_1 g h_1$ （ゲージ）　　　　(2.10)

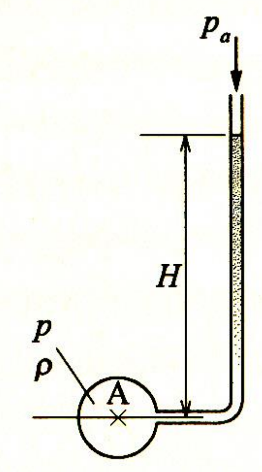

図2.5 ピエゾメータ

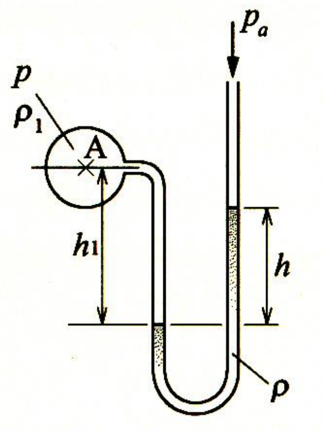

図2.6 U字管マノメータ

(c) **示差マノメーター**

二点間A,Bの圧力差を求める。

$$p_1 + \rho_1 g h_1 = p_2 + \rho_2 g (h_2 - h) + \rho g h$$

$\therefore\ p_1 - p_2 = \rho g h + \rho_2 g (h_2 - h) - \rho_1 g h_1$　　　　(2.11)

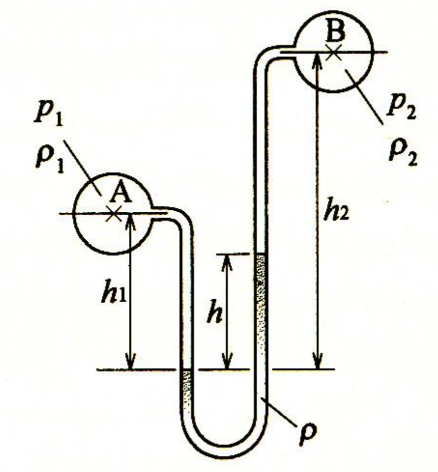

図2.7　示差マノメータ

アルキメデスの原理

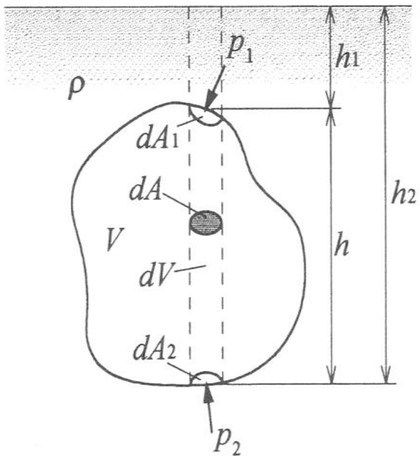

図 2.12 物体の受ける浮力

液体や気体などの流体中に物体が浮かぶことができる原理をアルキメデス(287～212 B.C.)が発見した．静止流体中の物体には，その表面に垂直に圧力が作用するが，この圧力の鉛直成分の差によって物体は鉛直上向きの力を受ける．この力を**浮力**(buoyancy)と呼び，物体が排除した流体の重量に等しい力を受ける．いいかえると，流体中の物体は浮力の大きさに相当する分だけ重量が減少することになる．これを**アルキメデスの原理**(Archimedes' principle)という．いま，図 2.12 に示すように，密度 ρ の流体中に体積 V の物体が浸っている．

微小断面積 dA の鉛直な柱状で切り取られる物体表面の面積を dA_1, dA_2, 深さを h_1, h_2, 圧力を p_1, p_2 とする．dA_1, dA_2 に作用する全圧力は，p_1dA_1, p_2dA_2 であり，その鉛直方向の分力は，$p_1dA=\rho gh_1dA$, $p_2dA=\rho gh_2dA$ である．よって，この微小柱状体に作用する鉛直上向きの力 dF は

$$dF=p_2dA-p_1dA=\rho g(h_2-h_1)dA=\rho ghdA=\rho gdV$$

と表せる．したがって，物体全体についての力は

$$\boxed{F=\int_V dF=\rho g\int_V dV=\rho gV} \tag{2.16}$$

となる．この力 F が浮力である．

例題 2.6 密度 $\rho=1025\ \mathrm{kg/m^3}$ の海水に比重 $s=0.86$ の氷が浮かんでいる．氷の海面上の体積が $50\ \mathrm{m^3}$ のとき，この氷の全重量 W を求めよ．

解 氷の密度を ρ_0, 全体積を V とすると，海中に没している氷の体積 V' は

$$V'=V-50=W/(\rho_0 g)-50=W/(s\cdot\rho_w g)-50$$

氷の浮力 F は，式(2.16)より $F=\rho gV'$ である．いま，氷に作用する浮力 F と氷の全重量 W は等しく，$F=W$ であるから

$$W=\rho gV'=\rho g\times\left(\frac{W}{s\rho_w g}-50\right)=\frac{\rho W}{s\rho_w}-50\times\rho g$$

$$=\frac{1025\times W}{0.86\times1000}-50\times1025\times9.8$$

$$\therefore\quad W=2617788\mathrm{N}=2618\mathrm{kN}$$