流体の力学　基礎編

第２章［演習問題］

第２章

［問題 2.1］図 2.29 に示す油圧プレスにおいて，大ピストンの直径 d_2＝180mm，小ピストンの直径 d_1＝36mm である。大ピストンの上に乗せられた重量 W＝9800N の車両を押し上げるには，小ピストンにどれほどの力 P_1 を及ぼしたらよいか。また，大ピストン上の車両を s_2＝20mm 上昇させるには，小ピストンをどれほど押し下げたらよいか。

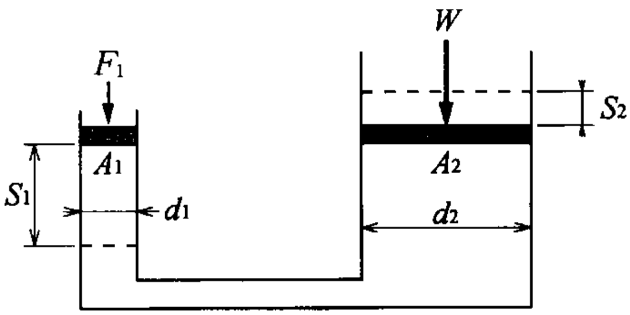

図 2.29

［解］ 式(2.3)より

$$P_1 = W = P_2 \frac{A_1}{A_2} = P_2 \times \frac{\pi {d_1}^2/4}{\pi {d_2}^2/4} = 9800 \times \frac{36^2}{180^2} = 392 \text{ N}$$

また，大ピストンと小ピストンの変化する容積は等しいから

$$A_1 \times s_1 = A_2 \times s_2$$

この式と式(2.3)より

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\therefore s_1 = s_2 \times \frac{P_2}{P_1} = 20 \times \frac{9800}{392} = 500 \text{ mm}$$

［問題 2.2］ 図 2.30 に示す水圧管Ａ，Ｂの圧力差が水銀柱で h_g＝1.2m であった。水圧管Ａ，Ｂの圧力差 p_2-p_1 を求めよ。

［解］ 点Ｃ，Ｄでの圧力は等しいから

$$p_1+\rho_g\cdot g(H-h_g)+\rho_g\cdot g\, h_g=p_2+\rho\cdot gH$$

$$p_2-p_1=h_g g\rho\left(\frac{\rho_g-\rho}{\rho}\right)$$

$$\therefore \quad =1.2\times 9.8\times 1000\times 12.6$$

$$=148\ \mathrm{kPa}$$

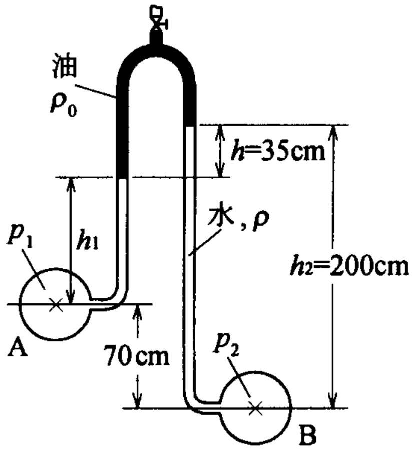

図 2.30

［問題 2.3］ 図 2.31 に示す水圧管Ａ，Ｂの圧力差を逆Ｕ字管で測定したところ，上部の油の差が h＝35cm であった。圧力差 p_2-p_1 を求めよ。ただし，油の密度を ρ_0＝930kg/m3 とする。

［解］ 点Ｃ，Ｄの圧力は等しいから

$$p_1-\rho gh_1-\rho_0 gh=p_2-\rho gh_2$$

$$\therefore \quad p_2-p_1=\rho g(h_2-h_1)-\rho_0 gh$$

$$=1000\times 9.8\times(2-0.95)-930\times 9.8\times 0.35$$

$$=7100\ \mathrm{Pa}$$

［問題 2.4］ 図 2.32 に示すように，紙面奥行きへの幅Ｂ＝2m，高さＨ＝2m の水門扉が上端を蝶番(hinge)で取り付けられている。この扉の下端を押して開くのに要する力Ｆを求めよ。扉の上端と水面との距離は 2m とする。

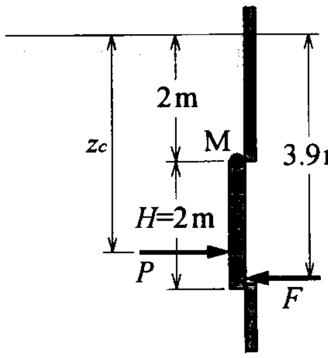

図 2.32

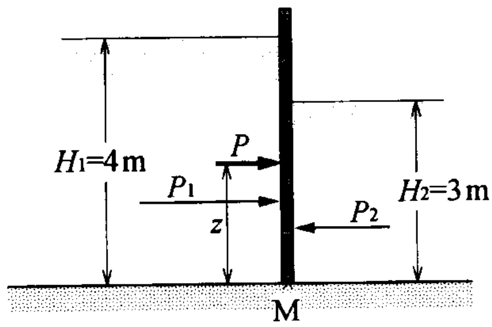

図 2.33

［解］ まず，全圧力Ｐは，式(2.27)より

$$P=\rho g\bar{z}A=1000\times9.8\times3\times2\times2=117600\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}=117.6\ \mathrm{kN}$$

圧力中心の位置 y_c は式(2.31)

$$y_c=\bar{y}+\frac{I_G}{\bar{y}A}$$

において，$y_c=z_c$，$\bar{y}=\bar{z}=3\mathrm{m}$，$I_G=BH^3/12$ であるから

$$z_c=y_c=\bar{y}+\frac{I_G}{\bar{y}A}=3+\frac{2\times2^3/12}{3\times2\times2}=3.11\ \mathrm{m}$$

Ｍ点まわりのモーメントを考える

$$P\times(z_c-2)=F\times(3.9-2)$$

$$\therefore\quad F=\frac{P\times(z_c-2)}{(3.9-2)}=\frac{117.6\times(3.11-2)}{1.9}=68.7\ \mathrm{kN}$$

［問題 2.5］ 図 2.33 に示すように，幅 $B=3\mathrm{m}$ の水路を水門で締め切ったとき，上流における水深が $H_1=4\mathrm{m}$，下流における水深が $H_2=3\mathrm{m}$ であった。水門の扉に作用する合成圧力 P，および水路底面からの作用点までの高さ z を求めよ。

［解］ 上流側の面に作用する全圧力 P_1 は，式(2.27)より

$$P_1 = \rho g \bar{z} A = \rho g \cdot \frac{H_1}{2} \cdot H_1 B = 1000 \times 9.8 \times \frac{4^2}{2} \times 3 = 235200\ \mathrm{N} = 235.2\ \mathrm{kN}$$

同様に，下流側の面に作用する全圧力 P_2 は

$$P_2 = \rho g \times \frac{H_2}{2} \times H_2 B = 1000 \times 9.8 \times \frac{3^2}{2} \times 3 = 132300\ \mathrm{kg \cdot m/s^2} = 132.3\ \mathrm{kN}$$

したがって，P_1 と P_2 の合成力 P は

$$P = P_1 - P_2 = 235.2 - 132.3 = 102.9\ \mathrm{kN}$$

次に，合成力 P の底面からの作用点を求めるには，全圧力 P_1，P_2 がそれぞれ扉を倒そうとするモーメントを求める。P_1，P_2 の作用点は，例題 2.10 よりそれぞれの底面から $H_1/3$，$H_2/3$ の位置にあり，M点まわりのモーメントは，$P_1 H_1/3$，$P_2 H_2/3$ となる。この二つのモーメントの差が合成力 P によって生ずるモーメント $P \times z$ に等しくなければならない。すなわち

$$P \times z = P_1 \times \frac{H_1}{3} - P_2 \times \frac{H_2}{3}$$

$$102.9 \times z = 235.2 \times \frac{4}{3} - 132.3 \times \frac{3}{3}$$

$$\therefore \quad z = \frac{313.6 - 132.3}{102.9} = 1\ .\ \mathrm{m}7$$

[問題 2.6] 幅 B＝10m の水路を図 2.34 に示すような観音開きの水門で締め切り，左側の水深 H を 3m に高め，右側を空にした。(a)図の扉に作用する全圧力 P を求めよ。(b)二つの扉が中央Mで互いに押し合う力 F_1，および扉の回転軸Nに作用する力 F_2 を求めよ。なお，右図(a)に示す平行四辺形のように，力 P，F_1，F_2 は釣り合いが成立するとする。

図 2.34

［解］（a）一枚の扉ＭＮの幅を B'とすると

$$B' = \frac{B}{2} \times \frac{1}{\cos 25^\circ} = \frac{10}{2} \times \frac{1}{0.9063} = 5.52$$

$$P = \rho g \bar{z} A = \rho g \times \frac{H}{2} \times B' \times H = 1000 \times 9.8 \times \frac{5.52 \times 3^2}{2} = 243432\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 243.4\ \mathrm{kN}$$

（b）図（a）に示すように，F_1，F_2は

$$F_1 = F_2 = \frac{P}{2} \times \frac{1}{\sin 25^\circ} = \frac{243.4}{2} \times \frac{1}{0.4226} = 288\ \mathrm{kN}$$

［問題 2.7］ 図 2.35 に示すように，幅 $B = 4\mathrm{m}$ の川に傾きが $\theta = 60^\circ$ の傾斜堰堤を設け，水面が支柱のＭ点に達したときの水深が $H = 2\mathrm{m}$ であった。（a）傾斜堰堤に作用する全圧力 P を求めよ。（b）Ｍ点からの傾斜堰堤に沿った圧力中心 y_c を求めよ。（c）支柱に作用する力 F を求めよ。

図 2.35

［解］（a）式（2.27）より全圧力Ｐは

$$P = \rho g \sin\theta \cdot \bar{y} \cdot A = \rho g \times \frac{H}{2} \times \left(B \times \frac{H}{\sin\theta} \right) = 1000 \times 9.8 \times \frac{2}{2} \times \left(4 \times \frac{2}{\sin 60^\circ} \right)$$
$$= 90.53\ \mathrm{kN}$$

（b）式（2.31）において

$$\bar{y} = \frac{H/2}{\sin\theta} = \frac{2/2}{\sin 60^\circ} = 1.15\ \mathrm{m}$$

$$A = B \times \frac{H}{\sin\theta} = 4 \times \frac{2}{\sin 60^\circ} = 9.24\ \mathrm{m}^2$$

$$I_G = \frac{B \times (H/\sin\theta)^3}{12} = \frac{4 \times (2/\sin 60^\circ)^3}{12} = 4.11\mathrm{m}$$

$$\therefore\quad y_c = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A} = 1.15 + \frac{4.11}{1.15 \times 9.24} = 1.54\ \mathrm{m}$$

（c）Ｏ点まわりのモーメントを考えると

$$P\times\left(\frac{H}{\sin\theta}-y_{\mathrm{c}}\right)=F'\times\frac{H}{\sin\theta}$$

$$\therefore\quad F'=\frac{P\times(H/\sin\theta-y_{\mathrm{c}})}{H/\sin\theta}=\frac{90.53\times(2.31-1.54)}{2.31}=30.18\ \mathrm{kN}$$

［例題2.8］ 図2.36に示す重力堰堤に作用する全圧力Pとその作用点の底面からの距離y，および底面ＢＣに作用する合成力Rとその作用点ＯのＣ点からの距離xを求めよ。ただし，堰堤の断面積ＡＢＣＤは120m^2，ＥＢＡは40m^2，水深H＝24m，堰堤の奥行きは単位長さB＝1mとして計算せよ。また，堰堤の材料の密度は，ρ_0＝3000kg/m^{3}とする。

図2.36

［解］ 今底面ＢＣを支える反力Rの作用線は，全圧力Pと堰堤の重量Wとの合成力の作用線と一致し，その大きさは等しく，方向が反対である。

合成力Rの水平成分R_{H}と全圧Pの水平成分P_{H}は等しいから，R_{H}は，式(2.34)より

$$R_{\mathrm{H}}=P_{\mathrm{H}}=\rho g\bar{z}A_{\mathrm{V}}=1000\times9.8\times(24/2)\times(24\times1)$$
$$=2822400\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}=2822\ \mathrm{kN}$$

また，全圧Pの垂直成分P_{V}は，断面積ＥＢＡに相当する水の重量に等しいから，式(2.35)より

$$P_{\mathrm{V}}=\rho gV=\rho\mathrm{g}\times\mathrm{B}\times(\text{面積ＥＢＡ})$$
$$=1000\times9.8\times1\times40=392000\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}=392\ \mathrm{kN}$$

したがって，全圧力Pは式(2.36)より

$$P=\sqrt{{P_{\mathrm{H}}}^2+{P_{\mathrm{V}}}^2}=\sqrt{2822^2+392^2}=2906\ \mathrm{kN}$$

となる。全圧力の作用する底面からの距離yは，［例題2.10］より

$$\mathrm{y}=\mathrm{H}/3=24/3=8\ \mathrm{m}$$

となる。

堰堤の重量Wは，面積ＡＢＣＤに幅B＝1mを乗じた体積Vの重量であるから

$$W=\rho_0 gV=\rho_0 g\times \mathrm{B}\times(\text{面積ABCD})$$

$$=3000\times9.8\times1\times120=3528000\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}=3528\ \mathrm{kN}$$

また，R_Vは

$$R_V=P_V+W=392+3528=3920\ \mathrm{kN}$$

したがって，合成力Rは

$$R=\sqrt{{R_H}^2+{R_V}^2}=\sqrt{2822^2+3920^2}=4830\ \mathrm{kN}$$

となる。

次に，Wの作用線はＣ点から15m，P_Vの作用線は20m，Rの作用線はxの距離にあるから，Ｃ点を通り紙面に直角な軸まわりのモーメントは

$$R_V\,x-W\times15-P_V\times20=0$$

したがって，合成力Rの作用点Ｏの位置xは

$$x=\frac{W\times15+P_V\times20}{R_V}=\frac{3528\times15+392\times20}{3920}=15.5\ \mathrm{m}$$

となる。

［問題 2.9］ エンジンの回転数を測定するために，内径 8cm のガラス製の円筒に油を注入して，その垂直軸のまわりにエンジンと同じ回転数で回るように取り付けた。このとき，ガラス製円筒周囲の油の液面高さが中心軸の最低点よりも 16cm 高くなった場合の，エンジンの軸の角速度ωと回転数 n を求めよ。

［解］ 式(2.53)より，角速度ωは

$$\omega=\frac{\sqrt{2gH}}{r_0}=\frac{\sqrt{2\times980\times16}}{4}=44.3\ \mathrm{rad/s}$$

回転数 n は

$$n=\frac{60\times\omega}{2\pi}=\frac{60\times44.3}{2\pi}=423\ \mathrm{rpm}$$

［問題２.10］ 図 2.37 に示す内径 1.6m，高さ 2.8m の円筒形の水槽にA_0B_0の深さ 2.2m の位置まで水を入れた。この水が等角速度で中心軸まわりに回転

させられた場合，水が水槽の上縁に達するときの角速度 ω，および水槽の側壁に作用する全圧力 P を求めよ。

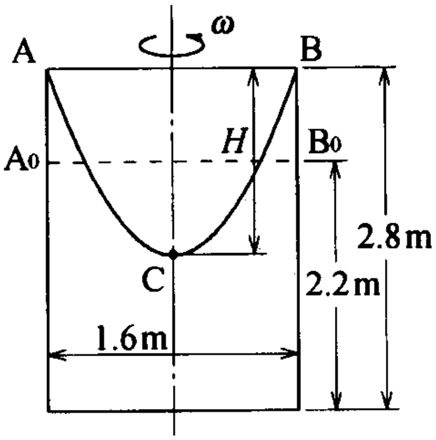

図 2.37

［解］ 前述したように，高さ H はＡＢとA_0B_0との距離の２倍に等しいから

$$H=2\times(2.8-2.2)=1.2\ \mathrm{m}$$

また，式(2.53)より

$$\omega=\sqrt{\frac{2gH}{r_0^{\,2}}}=\frac{\sqrt{2\times9.8\times1.2}}{0.8}=6.06\ \mathrm{rad/s}$$

次に，全圧力 P は，$\bar{z}=2.8/2\mathrm{m}$，A は側壁の面積＝π×1.6×2.8 であるから

$$P=\rho g\bar{z}A=1000\times9.8\times\frac{2.8}{2}\times\pi\times1.6\times2.8=193\ \mathrm{kN}$$