

# 流体の力学 基礎編

## 10. 境界層と物体まわりの流れの演習問題

\*\*\*\*\*

### 第10章 演習問題

**【問題 10.1】** 温度  $40^{\circ}\text{C}$ 、流速  $U=0.5\text{m/s}$  の水中に、長さ  $l=0.5\text{m}$  の滑らかな薄い二次元平板が水面に平行におかれている。摩擦抗力係数  $C_f$  および全摩擦抵抗  $D_f$  を求めよ。

**【問題 10.2】** 風速  $U=35\text{m/s}$  の流れの中に、長さ  $l=2\text{m}$ 、幅  $B=0.5\text{m}$  の薄い平板を流れと平行においたとき、平板の摩擦抗力係数  $C_f$ 、全摩擦抵抗  $D_f$ 、および平板の後端での境界層の厚さ  $\delta$  を求めよ。ただし、空気の密度  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$ 、動粘度  $\nu = 1.5 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$  とする。

**【問題 10.3】** 長さ  $l=3\text{m}$ 、幅  $B=1\text{m}$  の平板を  $U=12\text{m}$  の速度で水中を長手方向に移動させるとき、摩擦抗力係数  $C_f$ 、平板の両面に作用する全摩擦抵抗  $D_f$  を求めよ。ただし、水の動粘度  $\nu = 1.5\text{mm}^2/\text{s}$ 、密度  $\rho = 1000\text{kg/m}^3$  とする。

**【問題 10.4】** カルマンの渦列について説明せよ。

**【問題 10.5】** 理想流体と粘性流体との比較、およびダランベールの背理について説明せよ。

**【問題 10.6】** 円柱の抗力係数について説明せよ。また、臨界レイノルズ数において抗力係数が急減する理由を述べよ。

**【問題 10.7】** 直径  $d=8\text{cm}$  の球体が静止している水中を  $U=1\text{m/s}$  の速度で移動している。このときの球の抗力係数  $C_D$  と抗力  $D$  を求めよ。ただし、水の動粘度  $\nu = 0.801 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、密度  $\rho = 996\text{kg/m}^3$  とする。

**【問題 10.8】** 体重 700N の人が無風時にスカイダイビングをしている。高度 500m の位置からパラシュートで降下するとき、地上に降下するときの速度  $U$  を求めよ。ただし、抗力係数  $C_D=1.6$ ，パラシュートの重量を 10N，空気の密度  $\rho = 1.247\text{kg/m}^3$  とする。

**【問題 10.9】** 直径  $d=8\text{cm}$  の打球が速度  $U=80\text{km/h}$  で飛んでいる。このボールの抗力係数  $C_D$  および抗力  $D$  を求めよ。ただし、空気の動粘度  $\nu = 1.512 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ ，密度  $\rho = 1.205\text{kg/m}^3$  とする。

**【問題 10.10】** 球のまわりの流れについて説明せよ。また、ストークスの法則とマグナス効果について具体例をあげて説明せよ。

**【問題 10.11】** 球の抗力係数について説明し、臨界レイノルズ数で抗力係数が急減する理由を考察せよ。

**【問題 10.12】** 直径  $d=4\text{mm}$  の電線に流速  $U=15\text{m/s}$  の風が直角にあたっており、うなりが生じている。風の温度を  $20^\circ\text{C}$  として、このときのストローハル数  $St$  および渦の発生周波数  $f$  を求めよ。

**【問題 10.13】** 投手の投げる直径  $d=8\text{cm}$ ，時速  $U=140\text{km}$  のストレートのボールに作用する抗力係数  $C_D$  と抗力  $D$  を求めよ。また、臨界レイノルズ数  $Re_c$  のときの抗力  $D$  はいくらか。ただし、空気の温度は  $20^\circ\text{C}$  とする。

**【問題 10.14】** 比重  $s=0.92$ ，粘度  $\mu = 0.098\text{Pa}\cdot\text{s}$  の油の中を、直径  $d=1.5\text{mm}$ ，比重  $s'=5$  の球が自然落下している。時間が十分に経過したときの球の到達する速度（終速度） $U$ ，および球に作用する浮力  $F$  を求めよ。

**【問題 10.16】** 高度 10000m の上空を時速  $U=850\text{km}$  で水平飛行している大型旅客機に作用する揚力  $L$ , 抗力  $D$  および揚抗比  $L/D$  を求めよ。ただし, 主翼の面積  $A=550\text{m}^2$ , 揚力係数  $C_L=0.83$ , 抗力係数  $C_D=0.025$ , 空気の密度  $\rho =0.4\text{kg/m}^3$  とする。

**【問題 10.17】** 機体の総重量  $W=10\text{ton}$ , 翼面積  $A=50\text{m}^2$  の飛行機が時速 280km で水平飛行している。この状態でエンジンの推力  $T$  が 8000N であるとしたら, この翼の抗力係数  $C_D$  および揚力係数  $C_L$  はいくらになるか。

10. 境界層と物体まわりの流れの演習問題

\*\*\*\*\*

第10章 演習問題解答

[解 10.1] 表 1.1 より, 密度  $\rho = 992 \text{ kg/m}^3$ , 動粘度  $\nu = 0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Re_l = \frac{Ul}{\nu} = \frac{0.5 \times 0.5}{0.658 \times 10^{-6}} = 3.80 \times 10^5 < 5 \times 10^5$$

層流境界層であるから, 摩擦抗力係数  $C_f$  は, 式(10.33)より

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_l}} = \frac{1.328}{\sqrt{3.80 \times 10^5}} = 0.00215$$

長さ  $l$ , 平板両面の単位幅あたりの摩擦抵抗  $D_f$  は, 式(10.20)より

$$D_f = C_f \frac{\rho}{2} U^2 l = 0.00215 \times \frac{992}{2} \times 0.5^2 \times 0.5 \times 2 = 0.267 \text{ N}$$

[解 10.2]  $Re_l = \frac{Ul}{\nu} = \frac{35 \times 2}{1.5 \times 10^{-5}} = 4.67 \times 10^6 > 5 \times 10^5$

乱流境界層であるから, 摩擦抗力係数  $C_f$  は, 式(10.47)より

$$C_f = \frac{0.074}{Re_l^{1/5}} = \frac{0.074}{(4.67 \times 10^6)^{1/5}} = 0.0034$$

両面にはたらく全摩擦抵抗  $D_f$  は

$$D_f = C_f \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.0034 \times \frac{1.2}{2} \times 35^2 \times 2 \times 0.5 \times 2 = 5 \text{ N}$$

後端での境界層厚さ  $\delta$  は, 式(10.30)より

$$\delta = 4.91 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} = 4.91 \times \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-5} \times 2}{35}} = 0.00455 \text{ m} = 4.55 \text{ mm}$$

[解 10.3]  $\nu = 1.5 \text{ mm}^2/\text{s} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Re_l = \frac{Ul}{\nu} = \frac{12 \times 3}{1.5 \times 10^{-6}} = 2.4 \times 10^7 > 5 \times 10^6$$

乱流境界層のシュリヒティングの式(10.48)より

$$C_f = \frac{0.455}{(\log_{10} Re_l)^{2.58}} = \frac{0.455}{(\log_{10} 2.47 \times 10^7)^{2.58}} = 0.00261$$

全摩擦抵抗  $D_f$  は、式(10.19)より

$$D_f = C_f \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.00261 \times \frac{1000}{2} \times 12^2 \times (1 \times 3 \times 2) = 1128 \text{ N}$$

**[解 10.4]** 10.8 節および図 10.11, 10.12 を参照。

**[解 10.5]** 10.8 節および図 10.13 を参照。

**[解 10.6]** 10.8 節および図 10.14, 10.15 を参照。

**[解 10.7]**  $Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{1 \times 0.08}{0.801 \times 10^{-6}} = 1.0 \times 10^5$

図 10.17 より,  $C_D = 0.45$  である。抗力  $D$  は、式(10.66)より

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.45 \times \frac{996}{2} \times 1^2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.08^2 = 1.13 \text{ N}$$

**[解 10.8]** 重量  $W =$  抵抗  $D +$  浮力  $F$  であるが、空気の密度は小さいので、浮力は無視して差し支えない。したがって、 $W = D$  の関係と式(10.66)より

$$D = W = C_D \frac{\pi}{4} d^2 \frac{\rho}{2} U^2$$

いま,  $W = 700 + 10 = 710 \text{ N}$

$$\therefore U = \sqrt{\frac{8W}{C_D \pi d^2 \rho}} = \sqrt{\frac{8 \times 710}{1.6 \times \pi \times 6.5^2 \times 1.247}} = 4.63 \text{ m/s}$$

**[解 10.9]** レイノルズ数は

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{(80 \times 10^3)/(60 \times 60)}{1.512 \times 10^{-5}} \times 0.08 = 1.18 \times 10^5 < 3 \times 10^5$$

表 10.1 より，抗力係数  $C_D = 0.47$  である。

抗力  $D$  は，式(10.66)より

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.47 \times \frac{1.205}{2} \times \left( \frac{80 \times 10^3}{60 \times 60} \right)^2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.08^2 = 0.703 \text{ N}$$

**[解 10.10]** 10.9 節および図 10.16, 10.17 を参照。

**[解 10.11]** 10.9 節および図 10.17 参照。

**[解 10.12]** 空気  $20^\circ\text{C}$  の動粘度は表 1.1 より， $\nu = 1.512 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$   
式(10.58)より

$$St = \frac{fd}{U} = 0.2035 \left( 1 - \frac{21}{Re} \right) = 0.2035 \times \left( 1 - \frac{21}{3.97 \times 10^3} \right) = 0.2024$$

$$f = St \frac{U}{d} = 0.2024 \times \frac{15}{4 \times 10^{-3}} = 759 \text{ Hz}$$

**[解 10.13]**  $20^\circ\text{C}$  の空気の動粘度  $\nu$  と密度  $\rho$  は，表 1.2 より， $\nu = 1.512 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\rho = 1.205 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。また，速度  $U = 140 \text{ km}/\text{h} = 140 \times 1000/3600 = 38.9 \text{ m}/\text{s}$  であるから，レイノルズ数は

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{38.9 \times 0.08}{1.512 \times 10^{-5}} = 2.06 \times 10^5$$

図 10.17 より， $C_D = 0.4$  である。抗力  $D$  は，式(10.66)より

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 A = C_D \frac{\rho}{2} U^2 \frac{\pi}{4} d^2 = 0.4 \times \frac{1.205}{2} \times 38.9^2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.08^2 = 1.83 \text{ N}$$

図 10.17 より，臨界レイノルズ数では  $C_D = 0.08$ 。したがって，このときの抗力  $D$  は，式(10.66)より

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 \frac{\pi}{4} d^2 = 0.08 \times \frac{1.205}{2} \times 38.9^2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.08^2 = 0.367 \text{ N}$$

**[解 10.14]** 終速度に到達したときの力の釣り合いは

$$\boxed{\text{球に作用する抗力 } D} = \boxed{\text{球に作用する重力 } W} - \boxed{\text{浮力 } F}$$

いま、式(10.67)のストークスの法則が成立する仮定すれば

$$D = 3\pi\mu dU$$

重力  $W$  は

$$W = \rho' gV = s' \rho_w g \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

浮力  $F$  は

$$F = \rho gV = s \rho_w g \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

力の釣り合いより

$$3\pi\mu dU = s' \rho_w g \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 - s \rho_w g \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

したがって、終速度  $U$  は

$$\therefore U = \frac{d^2}{18\mu} (s' - s) \rho_w g = \frac{(1.5 \times 10^{-3})^2}{18 \times 0.098} \times (5 - 0.92) \times 1000 \times 9.8 = 0.051 \text{ m/s}$$

浮力  $F$  は

$$F = \rho gV = s \rho_w g \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = 0.92 \times 1000 \times 9.8 \times \frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{1.5 \times 10^{-3}}{2}\right)^3 = 1.59 \times 10^{-5} \text{ N}$$

動粘度  $\nu$  は

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.098}{0.92 \times 1000} = 1.065 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

レイノルズ数は

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{0.051 \times 1.5 \times 10^{-3}}{1.065 \times 10^{-4}} = 0.718 < 1$$

したがって、 $Re < 1$  であるからストークスの法則は成立し、上の計算は妥当である。

**【解 10.15】** スポーツカーに作用する空気抵抗  $D$  は、式(10.55)より

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.35 \times \frac{1.2}{2} \times \left( \frac{90 \times 10^3}{3600} \right)^2 \times 1.8 \times 1.6 = 378 \text{ N}$$

R V 車の抗力  $D$  は

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.95 \times \frac{1.2}{2} \times \left( \frac{90 \times 10^3}{3600} \right)^2 \times 1.8 \times 1.6 = 1026 \text{ N}$$

したがって、R V 車にはスポーツカーの  $1026/378 = 2.7$  倍の空気抵抗が作用する。

**【解 10.16】** 揚力  $L$  は、式(10.55)あるいは(10.72)において

$$L = C_L \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.83 \times \frac{0.4}{2} \times \left( \frac{850 \times 1000}{3600} \right)^2 \times 550 = 5090 \times 10^3 \text{ N}$$

抗力  $D$  は、式(10.56)あるいは(10.73)において

$$D = C_D \frac{\rho}{2} U^2 A = 0.025 \times \frac{0.4}{2} \times \left( \frac{850 \times 1000}{3600} \right)^2 \times 550 = 153 \times 10^3 \text{ N}$$

揚抗比は

$$L/D = 5090 \times 10^3 / 153 \times 10^3 = 33.3$$

**【解 10.17】** 抗力  $D$  とエンジンの推力  $T$  とは釣り合っているので、抗力係数は式(10.55)より

$$C_D = \frac{D}{(\rho/2)U^2 A} = \frac{8000}{(1.2/2) \times (280 \times 10^3 / 3600)^2 \times 50} = 0.044$$

また、機体の総重量  $W$  と揚力  $L$  とは釣り合っているので、揚力係数は式(10.56)より

$$C_L = \frac{L}{(\rho/2)U^2 A} = \frac{10 \times 10^3 \times 9.8}{(1.2/2) \times (280 \times 10^3 / 3600)^2 \times 50} = 0.54$$