

流体の力学 基礎編

第1章の演習問題

流体の密度、粘性、動粘度、ニュートン流体、速度こう配、せん断応力

[演習問題]

第1章

[問1.1] 温度15°C, 圧力101.325kPaの乾き空気の密度, 比重および比体積を求めよ。ただし, 乾き空気の気体定数 $R=287\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ とする。

[解1.1] 式(1.3)より密度 ρ は

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{101.325 \times 10^3}{287 \times (273.15 + 15)} = 1.255 \text{ kg/m}^3$$

比重 s は, 式(1.1)より

$$s = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{1.255}{1000} = 1.255 \times 10^{-3}$$

比体積 v は, 式(1.2)より

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1.255} = 0.797 \text{ m}^3/\text{kg}$$

[問1.2] 温度20°C, 圧力588.4kPa(abs*)の炭酸ガスの密度および比体積を求めよ。ただし, 炭酸ガスの気体定数 $R=189 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ とする。

[解1.2] 密度 ρ は, 式(1.3)より

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{588.4 \times 10^3}{189 \times (273.15 + 20)} = 10.62 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

比体積 v は式(1.2)より

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{10.62} = 0.0942 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

【問1.3】 20°C, 22.4lの空気の組成が酸素と窒素の体積比1 : 4の混合ガスであると仮定して, 標準状態での空気の質量と密度を求めよ。ただし, 酸素と窒素の質量をそれぞれ32g, 28gとする。

【解1.3】 空気の質量 m は

$$m = 32 \times \frac{1}{5} + 28 \times \frac{4}{5} = 28.8 \text{ g}$$

空気の密度 ρ は, 質量 $m = 28.8 \times 10^{-3} \text{ kg}$, 体積 $V = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ であるから

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{28.8 \times 10^{-3}}{22.4 \times 10^{-3}} = 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

となる。

【問1.4】 ある液体 1.5m^3 の重量が 12.3kN であるとき, この液体の密度, 比重および比体積を求めよ。

【解1.4】 密度 ρ は, $\rho = m/V = W/gV = 12.3 \times 10^3 / (1.5 \times 9.8) = 836.7 \text{ kg/m}^3$

比重 s は, $s = \rho / \rho_w = 836.7 / 1000 = 0.8367$

比体積 v は, $v = 1/\rho = 1/836.7 = 1.195 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$

【問1.5】 図1.5において, 2枚の平行平板の間に油が満たされており, 平板間の距離 h が5mm, 油の粘度を8.54P(ポアズ)とする。下板は固定され, 上板は速度 $U = 1.3 \text{ m/s}$ で移動するとき, 平板に作用するせん断応力 τ を求めよ。油は, クエット流れを保っており, 速度分布は, 直線的に変化しているとする。

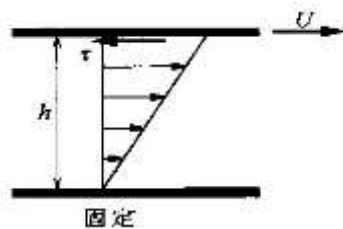


図 1.5

【解1.5】 油の粘度 μ はSI単位では, $\mu = 8.54 \text{ P} = 0.854 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ であるから, 平板に作用するせん断応力 τ は, 式(1.7)より

$$\tau = \mu \frac{U}{h} = 0.854 \times \frac{1.3}{5 \times 10^{-3}} = 222 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = 222 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 222 \text{ Pa}$$

【問1.6】 あるニュートン流体の速度分布が $u = 3y^{1/2}$ (u :m/s, y :m) で与えられるとき、壁面より 5 cm, 10cmにおける速度こう配を求めよ。また、流体の粘度 μ が $0.98\text{Pa} \cdot \text{s}$ であるとき、それぞれの位置でのせん断応力 τ を求めよ。

【解1.6】 速度こう配 du/dy は、 $u = 3y^{1/2}$ であるから

$$\frac{du}{dy} = 3 \times \frac{1}{2} \times y^{-1/2} = \frac{3}{2\sqrt{y}}$$

となる。したがって

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0.05} = \frac{3}{2\sqrt{0.05}} = 6.7 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0.1} = \frac{3}{2\sqrt{0.1}} = 4.74 \frac{1}{\text{s}}$$

粘度 $\mu = 0.98\text{Pa} \cdot \text{s} = 0.98\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ であるから

$$\tau = \left(\mu \frac{du}{dy}\right)_{y=0.05} = 0.98 \times 6.7 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \frac{1}{\text{s}} = 6.57 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 6.57\text{Pa}$$

$$\tau = \left(\mu \frac{du}{dy}\right)_{y=0.1} = 0.98 \times 4.74 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \frac{1}{\text{s}} = 4.65 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 4.65\text{Pa}$$

となる。

【問1.7】 速度分布が図1.6に示すように、 $u = 5y - 2y^2$ の二次曲線で示されるとき、壁面からの距離 y が 0m と 0.2m の位置での速度こう配 du/dy とせん断応力 τ を求めよ。ただし、流体の粘度は、工学単位で $\mu = 0.19 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ とする。

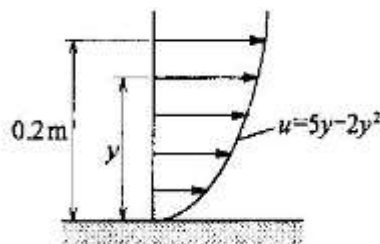


図 1.6

【解1.7】 速度こう配 du/dy は

$$\frac{du}{dy} = 5 - 4y \text{ であるから}$$

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} = (5 - 4y)_{y=0} = 5 \frac{1}{s}$$

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0.2} = (5 - 4y)_{y=0.2} = 4.2 \frac{1}{s}$$

粘度 μ はSI単位で、 $\mu = 0.19 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 9.8 \times 0.19 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 1.862 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ であるから、せん断応力 τ は

$$\tau_{y=0} = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} = 1.862 \times 5 = 9.31 \text{ Pa}$$

$$\tau_{y=0.2} = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0.2} = 1.862 \times 4.2 = 7.82 \text{ Pa}$$

【問1.8】 ある液体の粘度 μ が 6.3 cP (センチポアズ) である。これをSI単位および工学単位で表せ。

【解1.8】 $1 \text{ cP} = 0.01 \text{ P}$ であり、SI単位では、 $1 \text{ P} = 0.1 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ であるから

$$6.3 \text{ cP} = 6.3 \times 10^{-2} \times 0.1 = 6.3 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

工学単位では、 $1 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 9.8 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 、 $1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1/9.8 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ 、 $1 \text{ P} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1/98 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ であるから

$$6.3 \text{ cP} = 6.3 \times 10^{-2} \text{ P} = 6.3 \times 10^{-2} / 98 \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 6.42 \times 10^{-4} \text{ kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2$$

【問1.9】 図1.7に示すようなピストンとシリンダの 2 mm のすき間に、比重 0.85 の油が満たされている。ピストンを 8 m/s の速度で移動させるとき、シリンダ面に作用するせん断応力 τ と油の粘度 μ を求めよ。ただし、油の動粘度 $\nu = 0.73 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ とする。

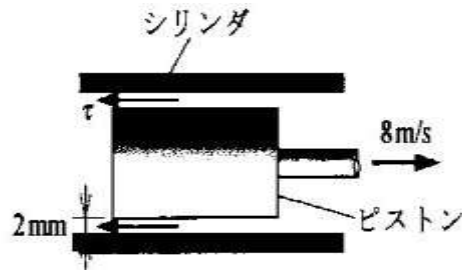


図 1.7

【解1.9】 式(1.1)と(1.9)より粘度 μ は

$$\mu = \nu s \rho_w \nu = 0.85 \times 10^3 \times 0.73 \times 10^{-6} = 0.6205 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} = 0.6205 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

シリンダ面に作用するせん断応力 τ は、式(1.7)より

$$\tau = \mu \frac{U}{h} = 0.6205 \times 10^{-3} \times \frac{8}{2 \times 10^{-3}} = 2.482 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{m}^2} = 2.482 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2.482 \text{ Pa}$$

【問1.10】 図1.8において、ピストンとシリンダのすき間の油の粘度が $\mu = 0.073 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ であるとき、ピストンを 0.85 m/s の速度で移動させたい場合、シリンダ面に作用するせん断応力 τ とピストンに加える力 F を求めよ。ただし、シリンダの内径 $d_2 = 15 \text{ cm}$ 、ピストンの外径 $d_1 = 14.4 \text{ cm}$ 、ピストンの長さ $l = 16 \text{ cm}$ とする。

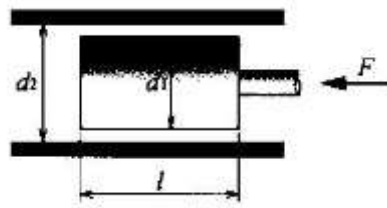


図 1.8

【解1.10】 油の粘度 $\mu = 0.073 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0.073 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$

せん断応力は、式(1.7)より

$$\tau = \mu \frac{U}{h} = 0.073 \times \frac{0.85}{\frac{(15 - 14.4)}{2} \times 10^3} = 0.207 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 207 \text{ Pa}$$

ピストンに加える力 F は、式(1.7)より

$$F = \tau A = \tau \pi d_1 l = 207 \times \pi \times 14.4 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-2} = 15 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{m}^2 = 15\text{N}$$

【問1.11】 傾斜 20° の積雪の斜面をスノーボーダーが時速 40m/s で直滑降している。スノーボードと雪面の間には液体膜が形成され液体膜の厚さを 0.5mm 、スノーボードの幅を 0.3m 、長さを 1.5m 、スノーボーダーの総重量 W を 700N としたとき、スノーボードに作用する雪面の摩擦力 F' とせん断応力 τ 、および液体の粘度 μ を求めよ。

【解1.11】 W の斜面方向の分力 F は

$$F = W \sin 20^\circ = \text{????} \text{ N}$$

となり、 F は摩擦力 F' と等しいから

$$\therefore F' = F = \text{????} \text{ N}$$

液体の粘度 μ は、式(1.7)より

$$\mu = F' \frac{h}{U A} = \text{???} \times \frac{0.5 \times 10^{-3}}{40} \times \frac{1}{1.5 \times 0.3} = \text{??????} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \text{??????} \text{Pa} \cdot \text{s}$$

せん断応力 τ は

$$\tau = \frac{F'}{A} = \frac{\text{????}}{1.5 \times 0.3} = \text{??????} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{??????} \text{Pa}$$

【問1.12】 101.3kPa 、 20°C の水に 1000kPa の圧力を加えたとき、体積弾性係数 K と体積減少率(%)を求めよ。

【解1.12】 表1.1より、圧縮率 $\beta = 4.608 \times 10^{-10} \text{Pa}^{-1}$ であるから、体積弾性係数 K は式(1.11)より

$$K = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{4.608 \times 10^{-10}} = 2.17 \times 10^9 \text{Pa} = 2.17 \text{GPa}$$

体積減少は、式(1.10)より

$$-\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta p = 4.608 \times 10^{-10} \times 1000 \times 10^3 = 4.608 \times 10^{-4} = 0.046\%$$