流体の力学　基礎編

第 8 章　運動量の法則

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

第 8 章　運動量の法則

8.3　角運動量の法則

ポンプや水車などにおいては，羽根車の内部で流体は回転運動をしている。このような回転する物体に**回転力 (トルク** torque)が加えられると，**角運動量** (angular momentum)が変化する。つまり

加えられたトルク T＝単位時間の角運動量の変化　　(8.41)

となる。

角運動量は**運動量のモーメント**(moment of momentum)を意味しているので，いま，図 8.13 に示すように，点Oから距離 r における質量 m の流体粒子が点Oまわりに周速度 V_θ で回転しているとすると，角運動量は，運動量 $m V_\theta$ と距離 r との積

$$mV_\theta \cdot r \tag{8.42}$$

で定義される。

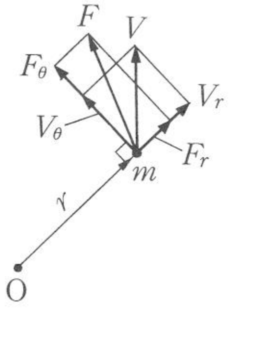

図 8.13　角運動量

この角運動量の単位時間の変化は，流体粒子に作用する回転力（トルク）T となる。すなわち

$$T = \frac{d(mV_\theta \cdot r)}{dt} = r\frac{d(mV_\theta)}{dt} = r \cdot F_\theta \tag{8.43}$$

ここに，F_θ は質量 m の流体粒子に働く力であり，点Oからの距離 r を乗じることによって，点Oまわりに回転力を与える。

なお，トルク T，力 F_θ および回転半径 r はいずれもベクトル量であるから，式(8.1)で示したように，式(8.43)をベクトル式で示すと

$$\boldsymbol{T} = \frac{d(m\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{r})}{dt} = \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{F} \tag{8.44}$$

となる。式(8.41)，(8.43)，(8.44)の関係を**角運動量の法則**(law of moment of momentum)という。

8.4　角運動量の法則の応用

図 8.14 に示すように，流量 Q の水が，フランシス水車の羽根車に絶対速度 V_1 で流入し, V_2 の速度で流出することによって羽根車は ω の角速度で回転する。羽根車の入口と出口における周速度を u_1，u_2，相対速度を w_1，w_2，羽根車半径を r_1，r_2 とする。また，α_1，α_2 はそれぞれ絶対速度と周方向とのなす角，β_1，β_2 はそれぞれ相対速度と周方向とのなす角，すなわち，入口と出口の羽根角である。

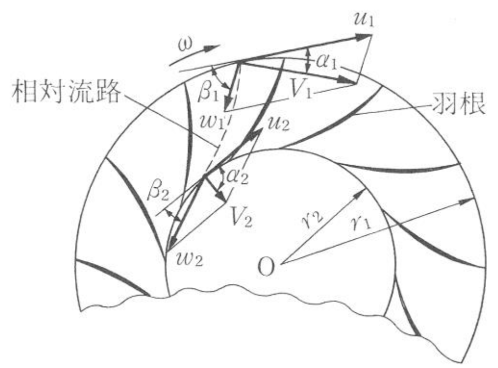

図 8.14　フランシス水車の羽根車の速度線図

羽根車の入口における水のもつ円周方向の運動量は$\rho QV_1 \cos\alpha_1$，羽根車中心Oまわりの角運動量は$\rho QV_1 r_1 \cos\alpha_1$，同様にして，出口における角運動量は$\rho QV_2 r_2 \cos\alpha_2$である。したがって，角運動量の法則により，羽根車の受けるトルクTは

$$T = \rho Q(V_1 r_1 \cos\alpha_1 - V_2 r_2 \cos\alpha_2) \tag{8.45}$$

となる。また，羽根車の軸に伝わる動力Lは

$$L = T\omega \tag{8.46}$$

となる。