流体の力学　基礎編

第 8 章　運動量の法則

8.2.5　ペルトン水車に作用する力

8.2.6　ジェットによる推進

8.2.7　ジェット機の推力

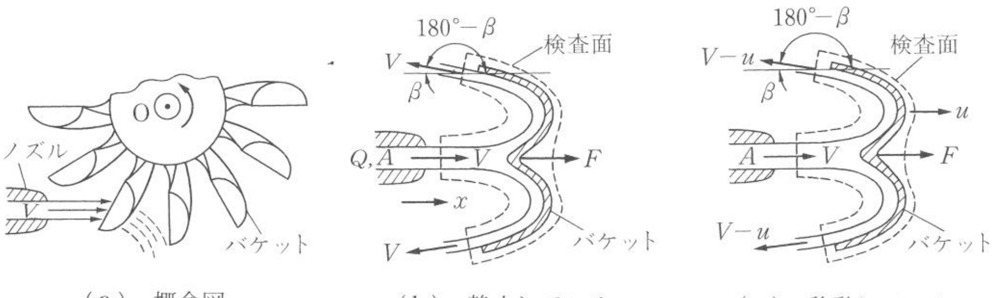
8.2.8　ロケットの推力

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

第 8 章　運動量の法則

8.2.5　ペルトン水車に作用する力

図 8.9(a)に示すような**ペルトン水車**(Pelton wheel)は，高落差用の発電所などで利用されており，**水受け**(bucket)に衝突した噴流の力で回転して動力を発生する。



（a） 概念図　（b） 静止しているバケット　（c） 移動しているバケット

図 8.9　ペルトン水車

図(b)に示すように，バケットが静止しているとすると，一定流量 Q の噴流が衝突していると考えてよい。検査面の入口での x 方向の流入運動量は ρQV，検

査面出口部から流出する運動量は，β を図のようにとると，バケットから流出する角度は$(180°-\beta)$となるから，$\rho QV\cos(\pi-\beta)=-\rho QV\cos\beta$ である。したがって, 運動量の法則より, この静止しているバケットに作用する噴流の力 F は, 噴流の断面積を A とすると，流量$Q=AV$ であるから

$$F=\rho Q\left\{V-(-V\cos\beta)\right\}=\rho QV(1+\cos\beta)=\rho AV^2(1+\cos\beta) \quad (8.29)$$

実際には，図(c)に示すように，バケットは噴流による力によって u の周速度で回転している。簡単のために，バケットは噴流の速度 V と同じ方向に速度 u で動くものとすると，バケットに対する相対速度は $V-u$ であり，１個のバケットの受ける流量は$Q'=A(V-u)$である。したがって，噴流によって 1 個のバケットが受ける力 F は

$$F=\rho Q'(V-u)\ (1+\cos\beta)=\rho A(V-u)^2(1+\cos\beta) \quad (8.30)$$

また，1 個のバケットが受ける動力 L は

$$L=F\cdot u=\rho Au(V-u)^2(1+\cos\beta) \quad (8.31)$$

となる。実際のペルトン水車では図(a)に示すように，多数のバケットが順次噴流にさらされるために，噴流は常にいずれかのバケットに作用していることになるので，図のように検査面をとれば，単位時間に検査面を通過する流量は，バケットが静止しているときと同じ $Q=AV$ となる。したがって，噴流がバケットに衝突することによって水車全体が受ける力 F は

$$F=\rho Q(V-u)(1+\cos\beta)=\rho AV(V-u)(1+\cos\beta) \quad (8.32)$$

となる。また，バケットによって水車全体が受ける動力 L は

$$L=F\cdot u=\rho Q(V-u)(1+\cos\beta)u=\rho AVu(V-u)(1+\cos\beta) \quad (8.33)$$

となる。ここで，$\beta=0°$ のとき L は最大値を示し

$$L_{\max}=2\rho AVu(V-u) \quad (8.34)$$

となる。

8.2.6　ジェットによる推進

図 8.10 に示すように，表面積 A の大きな水槽の側壁に設けた断面積 a の小さなノズルから流量 Q の水が噴出している。運動量の法則を適用して，ジェットによる推力 F_t を考える。

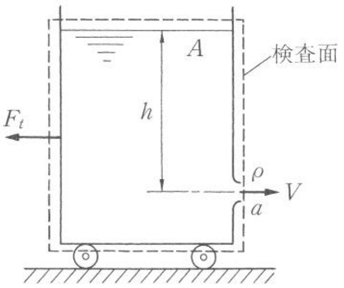


図 8.10　ジェット推進

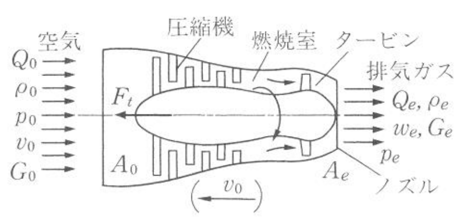


図 8.11　ターボジェットエンジン

水槽の水面の高さ h は一定に保たれているとすると流入運動量は 0 であり，ノズルからの流出運動量は $\rho QV = \rho aV^2$ となる。水槽は反作用のためにジェットと反対の方向に推力を受けるので，ジェットによる推進力 F_t は，運動量の法則より

$$F_t = \rho Q(V - 0) = \rho QV = \rho aV^2 \tag{8.35}$$

トリチェリーの定理より，ノズルから噴出する水の速度 V は，摩擦損失を無視すれば $V = \sqrt{2gh}$ であるから，式(8.35)は

$$F_t = \rho QV = \rho aV^2 = 2a\rho gh \tag{8.36}$$

となる。

8.2.7　ジェット機の推力

図 8.11 に示すようなジェット機に搭載されているターボジェットエンジンでは，取り入れた空気を圧縮機で圧縮し，これを燃焼室に導いて燃料を燃焼させて高温高圧となったガスが，圧縮機駆動用のタービンを回転させ，高速度でノズルから大気に噴出するようになっている。噴出する排気ガスの速度は，取り入れる空気の速度よりも大きくなるので運動量は増加し，噴流による力の反作

用としてジェット機は前向きの大きな推力を得ることができる。

いま，ジェット機が速度 v_0 で飛行しているものとする。ここで，ジェット機を固定すると，速度 v_0 の空気がエンジンに流入すると考えてよい。流入する空気の流量を Q_0，密度を ρ_0，圧力を p_0，流出する排気ガスの流量を Q_e，密度を ρ_e，圧力を p_e，相対速度を w_e とする。いま，近似的に入口での圧力 p_0 と出口での圧力 p_e が周囲の空気の圧力 p_a に等しいとする。すなわち，$p_o = p_e = p_a$ と考える。また，実際にはエンジンに燃料が供給されるのでノズル出口部での質量流量 $G_e(=\rho_e Q_e)$ は，空気の流入質量 $G_o(=\rho_o Q_o)$ よりも多少増加することを考慮すると，ジェット機の推力 F_t は

$$F_t = \rho_e Q_e w_e - \rho_o Q_o v_o = \rho_e A_e w_e^{\,2} - \rho_o A_o v_o^{\,2} \tag{8.37}$$

この場合のエンジンの動力 L は

$$L = F_t \cdot v_o = \rho_e Q_e w_e v_o - \rho_o Q_o v_o^{\,2} = \rho_e A_e w_e^{\,2} v_o - \rho_o A_o v_o^{\,3} \tag{8.38}$$

なお，近似的に $G_o = G_e = G(=\rho Q)$ が成り立つとすると

$$F_t = \rho Q(w_e - v_o) = G(w_e - v_o) \tag{8.39}$$

となる。

8.2.8　ロケットの推力

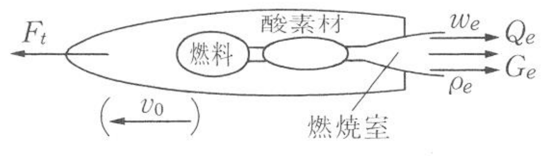


図 8.12　ロケット

図 8.12 に示すように，ロケットでは空気を取り入れないので，式(8.37)において $v_0=0$ となり，ロケットの推力 F_t は

$$F_t = \rho_e Q_e w_e = G_e w_e \tag{8.40}$$

となる。