流体の力学　基礎編

第 8 章　運動量の法則

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

8.2　運動量の法則の応用

8.2.2　固定平板に衝突する噴流の力

（１）垂直に衝突する場合

図 8.3 に示すように，密度 ρ，速度 V，断面積 A の噴流が固定された十分に広い平板に垂直に衝突する場合，平板に作用する噴流の力 F を考える。

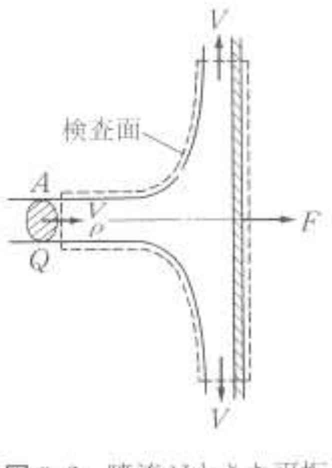

図 8.3　噴流が大きな平板に作用する力

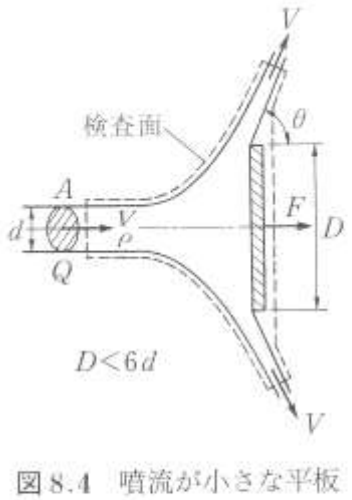

図 8.4　噴流が小さな平板に作用する力

噴流は，平板の摩擦がないものとすると，壁面に沿って周囲に速度 V で流れ去る。いま，図に示すような検査面をとり，運動量の法則を適用する。噴流が衝突前にもっていた運動量は ρQV であり，衝突後は，平板に直角方向の速度成分は 0，したがって運動量が 0 となるから，平板に作用する噴流の力 F は

$$F=\rho Q(V-0)=\rho QV=\rho AV^2 \tag{8.10}$$

となる。

次に，平板が小さい $D<6d$ 場合には，図 8.4 に示すように，角度 θ の方向に流れ去る。

噴流方向の速度成分は V から $V\cos\theta$ に変化し，流量 $Q=AV$ であるから，小さな平板に作用する噴流の力 F は

$$F=\rho Q(V-V\cos\theta)=\rho QV(1-\cos\theta)=\rho AV^2(1-\cos\theta) \tag{8.11}$$

となる。

（２）斜めに衝突する場合

図 8.5 に示すように，固定した傾斜平板に噴流が衝突する場合を考える。

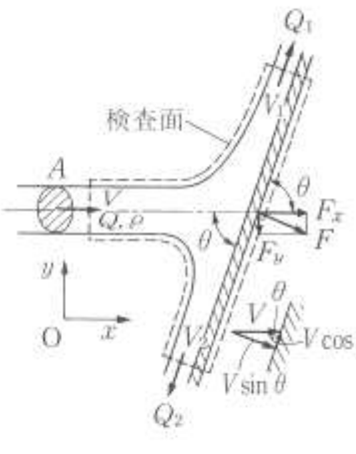

図 8.5　噴流が傾斜平板に作用する力

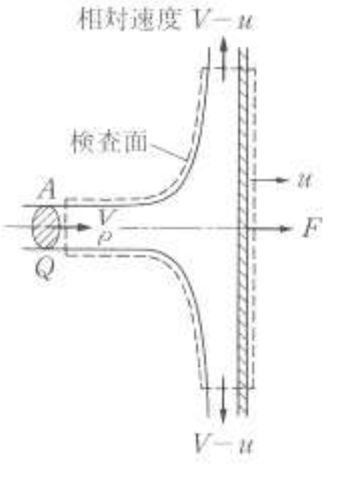

図 8.6　噴流が移動する大きな平板に作用する力

平板に直角な方向に対して，運動量の法則を適用すると簡単に求めることが

できる。図に示すように，傾斜平板への衝突前の速度成分は，平板に直角方向に$V\sin\theta$，平板に沿う方向に$V\cos\theta$である。衝突後の速度成分は，平板に直角方向の速度成分は0，平板に沿う速度V_1，V_2は，この方向に運動エネルギの損失がないものとすると速度Vのままであり，$V=V_1=V_2$となる。したがって，噴流が最初もっていた運動量は$\rho QV\sin\theta$，衝突後の平板に直角方向の運動量は0となり，$Q=AV$であるから，傾斜平板に直角方向に作用する力Fは

$$F=\rho Q(V\sin\theta-0)=\rho QV\sin\theta=\rho AV^2\sin\theta \tag{8.12}$$

となる。x，y方向の力の成分F_x，F_yはそれぞれ

$$F_x=F\sin\theta=\rho QV\sin^2\theta \tag{8.13}$$

$$F_y=F\cos\theta=\rho QV\sin\theta\cos\theta \tag{8.14}$$

となる。なお，流量Qは，Q_1とQ_2に配分され，角度θの影響を受ける（問題8.8を参照）。

8.2.3　移動する平板に衝突する噴流の力

図8.6に示すように，大きい平板が噴流と同じ方向に速度uで移動する場合，噴流が平板に作用する力は, 平板に対する噴流の相対速度を考える必要がある。いま衝突後の噴流は平板上での損失を考えず，最初の断面積Aの噴流の速度Vと同じ速度で平板に沿って流れ去るものとする。

この場合の平板に対する噴流の相対速度は$V-u$，また，平板の受ける流量Q'は

$$Q'=A(V-u) \tag{8.15}$$

となるので，平板に作用する力Fは

$$F=\rho\, Q'(V-u)=\rho\, A(V-u)^2 \tag{8.16}$$

となる。また，平板の受ける動力Lは，力×速度の関係より

$$L=F\cdot u=\rho\, Q'(V-u)\ u=\rho\, Au(V-u)^2 \tag{8.17}$$

となる。

次に，図 8.4 に示したような小さい平板が，図 8.6 と同じように，噴流と同じ方向に速度 u で移動する場合の噴流が平板に作用する力 F を考える。噴流の平板に対する噴流方向の相対速度の変化は $(V-u)-(V-u)\cos\theta=(V-u)\ (1-\cos\theta)$ となり，平板の受ける流量 Q' は

$$Q'=A(V-u) \tag{8.18}$$

であるから，平板に作用する力 F は

$$F=\rho Q'(V-u)(1-\cos\theta)=\rho A(V-u)^2(1-\cos\theta) \tag{8.19}$$

となる。

8.2.4　曲面板に衝突する噴流の力

（１）曲面板が固定している場合

図 8.7(a)に示すように，噴流が固定された曲面板の曲面に沿って流れ，x 軸に対して角度 θ で流出する場合を考える。

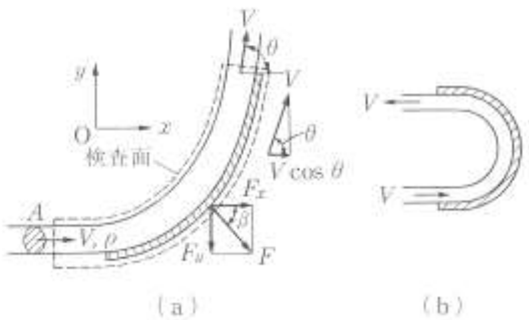

図 8.7　噴流が固定している曲面板に作用する力

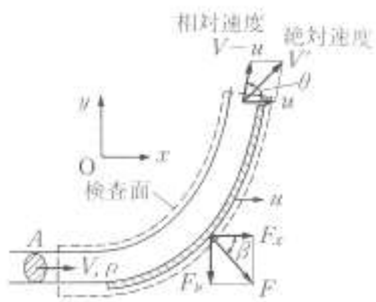

図 8.8　噴流が移動している曲面板に作用する力

x 方向に運動量の法則を適用すると，x 方向に作用する力 F_x は

$$F_x=\rho\ Q(V-V\cos\theta)=\rho\, AV^2(1-\cos\theta) \tag{8.20}$$

y 方向に作用する力 F_yは，入口での y 方向の運動量は 0 であるから

$$F_y = 0 - \rho\, QV \sin\theta = -\rho\, QV \sin\theta = -\rho AV^2 \sin\theta \tag{8.21}$$

また，固定曲面板の受ける合力 F は

$$F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} \tag{8.22}$$

となり，合力 F の作用する方向 β は

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \tag{8.23}$$

となる。

図 8.7(b)に示すように，$\theta = 180°$ の場合，$\cos 180° = -1$ であるから

$$F_x = 2\rho\, QV = 2\rho AV^2 \tag{8.24}$$

となる。この場合，F_xは最大となる。

（２）曲面板が移動している場合

図 8.8 に示すように，曲面板が最初の噴流と同じ方向に速度 u で移動している場合を考える。

移動している曲面板の受ける流量 Q' は

$$Q' = A(V - u) \tag{8.25}$$

となるので，曲面板に作用する噴流の力 F の x，y 方向の成分 F_x，F_yは，それぞれ

$$F_x = \rho\, Q'(V - u)\ (1 - \cos\theta) = \rho A(V - u)^2 (1 - \cos\theta) \tag{8.26}$$

$$F_y = -\rho\, Q'(V - u)\ \sin\theta = -\rho A(V - u)^2 \sin\theta \tag{8.27}$$

となる。

曲面板の動力 L は

$$L = F_x \cdot u = \rho\, Q' u(V - u)\ (1 - \cos\theta) = \rho A u (V - u)^2 (1 - \cos\theta) \qquad (8.28)$$

となる。