# 流体の力学　基礎編

## 目　次

# 流体の力学　基礎編

## １０．境界層と物体まわりの流れ



＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

## １０．境界層と物体まわりの流れ

### 10.1　境界層の概念

**ａ．境界層**

水や空気のような粘性流体の流れの中に物体が置かれているとき，物体表面のごく薄い層内の流れは，速度こう配をもつ流れとなる。この薄い層を**境界層**(boundary layer)と呼ぶ。境界層内の流れは粘性の影響を受けるので，せん断応力が作用する。 しかし，この境界層の外側では物体の影響を受けず，**主流**(main flow)と同じ速度をもつ速度こう配のない一様流れとなるので，粘性のない完全流体の流れとして取り扱われる。このような考え方を 1904 年にプラントルが境界層理論として提唱している。境界層内の流れには，図 10.1 に示すように，管内の場合と同じように層流と乱流があり，さらに，層流から乱流に遷移するときの遷移流れが存在する。

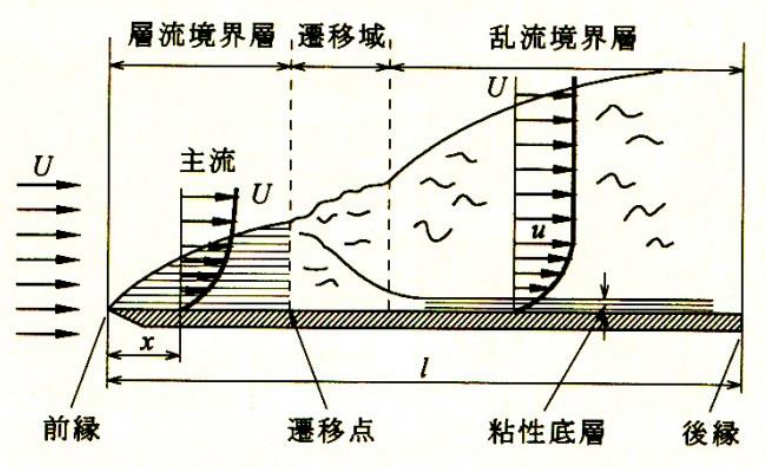


図 10.1　平板上の境界層

乱れがなく層状の状態で流れる層流域の境界層を**層流境界層**(laminar boundary layer)， 乱れをともなって流れる乱流域の境界層を**乱流境界層** (turburent boundary layer)と呼び，乱流境界層では境界層は急激に成長する。乱流境界層内

の物体表面のごく近傍では，**粘性低層**(viscous sublayer)と呼ばれる非常に薄い層流の流れが存在する。平板に沿う流れが層流から乱流に遷移するときには，前縁からある距離進んだ点において，不安定な遷移流れが生じる。このような遷移流れを引き起こすときの**臨界レイノルズ数** $Re_c$ は

$$Re_c = Ux/\nu = 5 \times 10^5$$

である。ここに，$x$ は前縁から遷移点までの距離，$\nu$ は動粘度である。

### ｂ．境界層のはく離

図 10.2 に示す曲面に沿う流れにおいては，物体前方よりＡ点までは流れ方向の圧力こう配は負（$dp/dx<0$）となり，速度は増加（$du/dx>0$）する傾向にある。

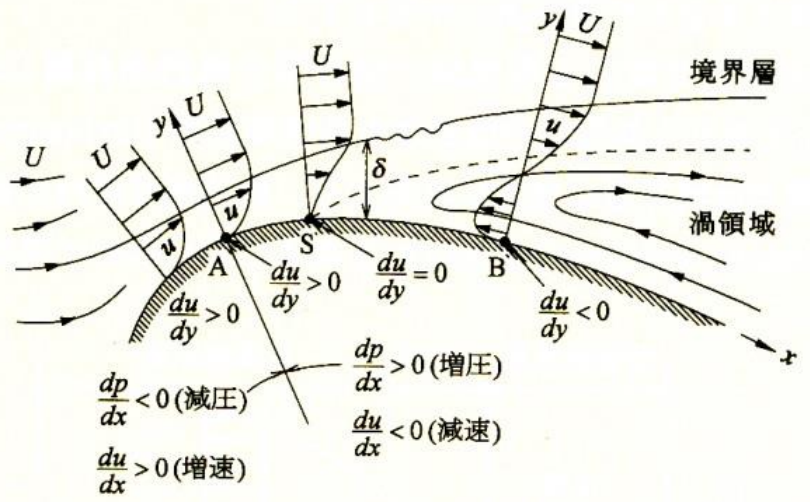


図 10.2　境界層のはく離

したがって圧力エネルギーは運動エネルギーに変換され，境界層内の流れは安定する。 しかし， Ａ点より下流域では，境界層の発達にともなって粘性抵抗が大きくなるので圧力こう配は正（$dp/dx>0$）となる。 したがって， 圧力は上昇するので速度は減少し， 流れにくくなる傾向にある。 Ｓ点において $du/dy=0$ となり，流れは壁面からはがれてしまう。このような現象を**はく離**(separation)といい，流れのはがれる点Ｓを**はく離点**(separation point)という。はく離点より下流域では，逆流となり渦領域を形成する。さらに後方の流れは速度の遅い**後流**(wake flow)となる。

一般に，層流境界層の場合には，乱流境界層に比べて境界層ははく離しやすいので，渦領域が大きくなり抗力が増大する傾向にある。したがって，物体に

はたらく抗力を減少させるには，強制的に乱流境界層を生じさせてはく離を遅らせることで対応できる。乱流境界層の制御の方法として，いろいろの工夫がなされている。

## 10.2　境界層の特性量

速度こう配を持つ境界層内の流れは，境界層外の主流の流れに連続的に変化するので，その境界層の厚さを明確に求めることは困難であるが，次の三つの方法で境界層の厚さを定義している。

### a．境界層厚さ

図 10.3 に示すように，簡単には主流の 99％となる壁面からの距離δを**境界層厚さ**(boundary layer shickness)と定義する方法がある。

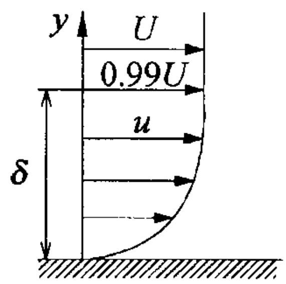


図 10.3　境界層厚さ

### b．排除厚さ

次式で与えられるδ*を境界層の**排除厚さ**(displacement thickness)という。

$$U\delta^* = \int_0^\infty (U - u)\, dy \qquad (10.1)$$

あるいは

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \qquad (10.2)$$

δ*は，図 10.4 において，二つの斜線の部分の面積が等しくなる距離であり，式(10.1)の右辺は，粘性のために境界層で生じる**速度欠損**(verocity defect)$U-u$ によって減少した流量を表している。したがって，δ*は境界層のために流れが外側に押しのけられ排除された距離を意味しており，主流が物体表面によってδ*だけ排除されたことになる。すなわち，$y>\delta^*$での流れを理想流体の流れとして取り扱っている。

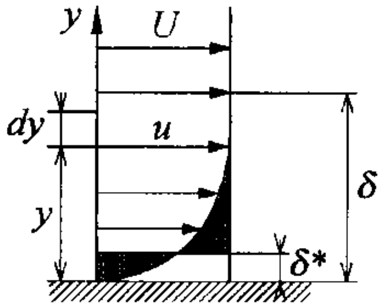


図 10.4　排除厚さ

**c．運動量厚さ**

次式で与えられる $\theta$ を境界層の**運動量厚さ**(momentum thickness)という。

$$\rho U\theta \cdot U = \int_0^\infty \rho u (U - u)\, dy \tag{10.3}$$

あるいは

$$\theta = \int_0^\infty \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \tag{10.4}$$

図 10.5 において，境界層内の $dy$ の部分を流れる粘性流体の質量流量は $\rho u dy$ であるが，もし，粘性がなければ速度は $U$ であり，質量流量は $\rho U dy$ となる。

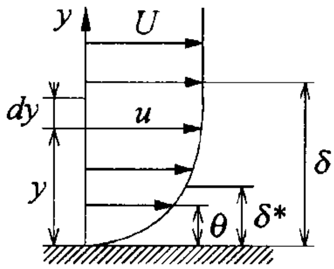


図 10.5　運動量厚さ

したがって，運動量は，粘性のために $\rho u(U - u)dy$ だけ減少したことになる。このことを**運動量欠損**(momentum defect)という。式(10.3)において，右辺は，境界層内の速度減少にともなう運動量欠損であり，左辺は，厚さ $\theta$ の境界層内を流れる主流のもつ運動量 $\rho U^2\theta$ である。

## 10.3　平板に沿う境界層の運動量積分方程式

平板が定常な一様流れの中に平行に置かれたときの摩擦抵抗を考えてみる。平板境界層は圧力こう配 $dp/dx$ が 0 となり，運動量積分式が単純化されるので境界層理論の基本形を容易に理解できる。いま，図 10.6 に示すように，一様流の

速度を $U$, 前縁より平板に沿う距離を $x$ とし，この点での境界層の厚さを $\delta$ とする。

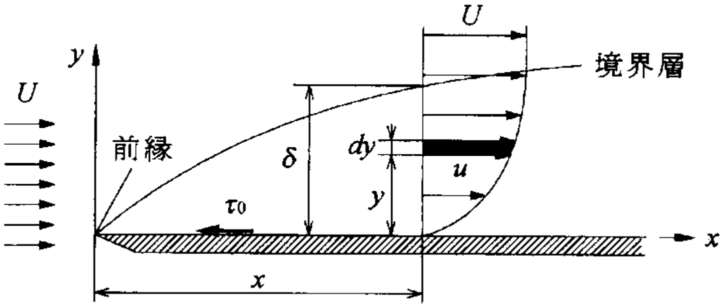

図 10. 6　平板に沿う境界層の運動量変化

平板より垂直に $y$ 軸をとり，$y$ だけ離れた点での速度を $u$ とする。この点での微小厚さ $dy$ を単位時間に通過する流体の質量は, 単位深さ当たり $\rho udy$ であり，その運動量は $(\rho udy)u$，前縁での運動量は $(\rho udy)U$ となる。したがって, この間での運動量変化は $\rho u(U-u)dy$ となるので，境界層の厚さ $\delta$ 全体での単位深さ当たりの運動量変化（減少）は

$$\int_0^\delta \rho u(U-u)dy \tag{10.5}$$

である。この運動量変化は，圧力に基づく力を考えなくてよいので平板表面での摩擦力のみのために生じたものである。

いま, 平板表面に作用する摩擦応力を $\tau_0$ とすると，前縁から $x$ の位置までの平板の片面に作用する単位深さ当たりの摩擦抵抗 $D_f$ は

$$D_f = \int_0^x \tau_0 dx \tag{10.6}$$

である。運動量の法則より，平板に沿う流れの運動量変化と摩擦抵抗とは等しくなるので

$$\int_0^x \tau_0 dx = \int_0^\delta \rho u(U-u)dy$$

$$\therefore \tau_0 = \frac{d}{dx}\int_0^\delta \rho u(U-u)dy \tag{10.7}$$

となる。この式より速度分布がわかると $\tau_0$ が求まる。

いま，平板に沿う境界層内の平板表面からの $y$ の位置での速度 $u$ は，$y/\delta$ の関数となるので，速度分布は一般的に

$$u = Uf\left(\frac{y}{\delta}\right) \tag{10.8}$$

の形で表すことにする。$\eta = y/\delta$ とおくと，$y = \delta\eta$，$dy = \delta d\eta$ であるから

$$\tau_0 = \frac{d}{dx}\int_0^1 \rho Uf(\eta)\{U - Uf(\eta)\}\delta d\eta$$

$$\therefore \tau_0 = \frac{d}{dx}\left[\rho U^2 \delta \int_0^1 \{f(\eta) - f(\eta)^2\} d\eta\right] \tag{10.9}$$

となる。いま

$$\alpha = \int_0^1 \{f(\eta) - f(\eta)^2\} d\eta \tag{10.10}$$

とおくと，$\delta$ は $x$ の関数であるが，$\rho$，$U$，$\alpha$ は $x$ に無関係であるから

$$\tau_0 = \rho U^2 \alpha \frac{d\delta}{dx} \tag{10.11}$$

となる。式（10.7），（10.11）を平板上の境界層の**運動量積分式**(momentum integral equation)，あるいは**カルマンの運動量積分式**(Kármán’s momentum equation)という。