

基礎と演習 圧縮性流体の力学
(超音速流れの知識編)

近畿大学名誉教授

工学博士 児島忠倫

基礎と演習 圧縮性流体の力学 (超音速流れ)

《Ⅰ 気体の熱力学》

1. 気体の状態方程式
2. 熱力学第1法則
3. 内部エネルギーとエンタルピー
4. 比熱、比熱比
5. 熱力学第2法則、エントロピー
6. 断熱変化、等エントロピー変化

《Ⅱ 圧縮性流れについて 音速、マッハ数、音波、分類》

7. 音速、マッハ数
8. 音の伝ばと圧縮性流れの分類
 - 8.1 音の伝ば
 - 8.2 圧縮性流れの分類

《Ⅲ 圧縮性流れの基礎・理論》

9. 一次元圧縮性流れ
 - 9.1 エネルギーの式
 - 9.2 よどみ点状態、全温度、静温度
 - 9.3 圧縮性 速度の算出方法(マッハ数—全圧—静圧の重要な式)
 - 9.4 圧縮性流れの速度, マッハ数, 質量流束の算出
 - ・噴流局所のマッハ数、静温、速度、密度、質量流速の求め方
 - 9.5 レイリーのピトー管公式
(補足 非圧縮性流れの速度、流量測定)
 - 9.6 等エントロピー流れの基礎式
 - 9.7 管路断面積変化と状態量の関係
 - 9.8 断面積変化が等エントロピー流れに及ぼす影響(状態量の変化)
 - ・ノズルとディフューザ内の流れ
 - ・ラバルノズル
 - 9.9 臨界状態、チョーク&管路の断面積比とマッハ数の関係
 - ・臨界状態、チョーク
 - ・管路の断面積比とマッハ数の関係式
 - 9.10 先細ノズル内の流れ
 - 9.11 ラバルノズル内の流れと超音速噴流の形態
 - 9.12 超音速噴流の分類
10. 衝撃波
 - 10.1 垂直衝撃波
 - 10.2 斜め衝撃波、離れ衝撃波
11. 圧縮波、膨張波

1

圧縮性流体の流れ はじめに

《 I 気体の熱力学 》

1. 気体の状態方程式
2. 熱力学第1法則
3. 内部エネルギーとエンタルピー
4. 比熱、比熱比
5. 熱力学第2法則、エントロピー
6. 断熱変化、等エントロピー変化

圧縮性流体の流れ

はじめに

一般的に、水や低速の気体の流れ(マッハ数0.3(100m/s)以下)は、非圧縮性流れとして取り扱ってよい。高速の気体の流れでは、運動エネルギーが大きく、温度や密度が著しく変化するので、圧縮性流れとして取り扱う必要がある。

このような圧縮性流れは、航空機や高速で移動する物体まわりの流れ、さらに高速回転するターボ機械の内部の流れや高圧気体の管路内での膨張する流れなどに見られる。

本講義では、このような圧縮性流体の流れや衝撃波などの現象について、その基本的な事項を述べる。

圧縮性流体(compressible fluid)とは、

圧力が上がると⇒容積が減少して⇒密度が上昇する流体である。
逆に、圧力が下がると⇒容積が増大して⇒密度が減少する。

<See 既配布資料 第9章 次元解析と相似則>

粘性流体力学における重要なパラメータ：レイノルズ数 R_e

$$\text{レイノルズ数 (Reynolds number) } R_e = \frac{\text{慣性力}}{\text{粘性力}} = \frac{F_i}{F_\mu} = \frac{\rho V^2 l^2}{\mu V l} = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{V l}{\nu}$$

圧縮性流体力学における重要なパラメータ：マッハ数 M

マッハ数は流れの速度と音速との比として定義

$$\text{マッハ数 (Mach number) } M = \left(\frac{\text{慣性力}}{\text{弾性力}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{F_i}{F_K} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\rho V^2 l^2}{K l^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{V}{\sqrt{K/\rho}} = \frac{V}{a}$$

圧縮性流体力学は、
気体力学 (gas dynamics) とも呼ばれる。

温度293.15Kの乾き空気の音速：
おおよそ $a=343$ m/s

時速300kmの新幹線 ⇒ マッハ数は0.25 ⇒ 圧縮性の影響が出始める速度。トンネル内では衝撃波発生。

時速500kmのリニア新幹線 ⇒ マッハ数は0.41 ⇒ 圧縮性を考慮する必要がある。

《 I 気体の熱力学 》

1. 気体の状態方程式

完全気体 (perfect gas) あるいは理想気体 (ideal gas) においては、気体の圧力 p [Pa]、密度 ρ [kg/m³]、絶対温度 T [K] の間に、**完全気体の状態方程式**(equation of state) が成り立つ。

$$p = \rho RT \quad \text{あるいは} \quad pv = RT \quad (1.1)$$

R : ガス定数 (gas constant) [J/(kg·K)]

$R = 287.03$ J/(kg·K) (温度 293.15K (20°C) の乾き空気)

v : 比体積 (specific volume) [m³/kg] $v = 1/\rho$

2. 熱力学の第1法則

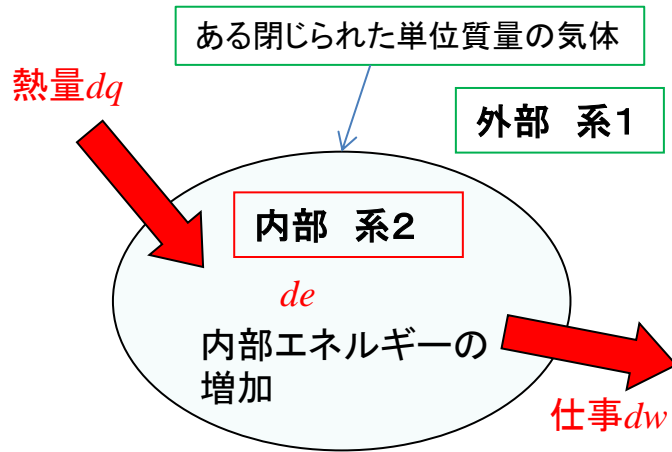


図2.1 熱力学の第1法則

ある閉じられた単位質量の気体を考える。

外部から熱量 dq が加えられる

気体の内部エネルギーは de だけ増加!

同時に外部に対して dw の仕事をする!

すなわち、気体の膨張による仕事をする!

熱力学の第1法則 first law of thermodynamics
(エネルギー保存則)

エネルギーの保存則:

力学系... (全エネルギー) = (運動エネルギー) + (位置エネルギー)
熱力学系... (内部エネルギー) = (熱) + (仕事)

次の関係式が成立する。

$$dq = de + dw = de + pd(1/\rho) = de + pdv \quad (2.1)$$

気体に加えられる熱量 dq = 気体の内部エネルギーの増加 de + 気体が膨張する際に外部になす仕事 dw

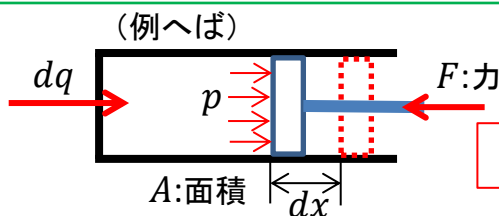


図2.2 ピストンの動き

熱力学第1法則より

$$dq = de + dw = de + pdv$$

$$dw = pdv$$

$$\therefore dw = Fdx = pAdx = pdv$$

(仕事 = 力 × 距離), dv : 容積変化)

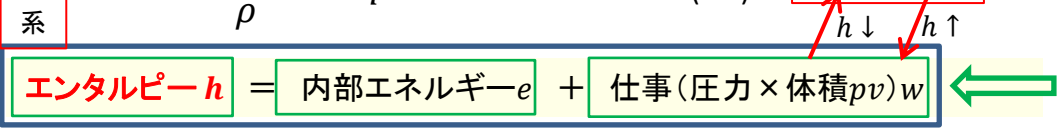
$$dq - dw \text{ は}$$

熱量 dq が、閉じた系 (or 物質) に対して、 dw の仕事をした場合 \Rightarrow その差 $dq - dw$ は、熱的エネルギー de として、内部に蓄えられる。

3.内部エネルギーとエンタルピー

単位質量のエンタルピー (enthalpy) h [J/kg] は、次式で定義される。

$$h = e + \frac{p}{\rho} = e + pv = e + w \quad (3.1)$$



微分すると

$$dh = de + pd(1/\rho) + (1/\rho)dp \quad (3.2)$$

定圧下では、 $dp = 0$, $\therefore dh = de + pd(1/\rho) = de + pdv = dq$ (3.2')
 \Rightarrow エンタルピーと熱量は等しくなる ($dh = dq$)。

(2.1) 式の内部エネルギー de をエンタルピー dh で置き換えると、熱量 dq は次式で表される。 ($dq = de + dw = de + pd(1/\rho) = de + pdv$)

$$dq = dh - \frac{1}{\rho}dp = dh - vdp \quad (3.3)$$

4. 比熱、比熱比

比熱 c specific heat : 単位質量の物質の温度を1K 上げるに必要な熱量。

dq の熱量を加えた時の、物質の温度上昇を dT とすると、比熱 c は

$$c = \frac{dq}{dT} \quad [\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})] \quad (4.1)$$

定容比熱 c_v [J/(kg·K)] と定圧比熱 c_p [J/(kg·K)] を用いると

$$c_v = (dq/dT)_{v=\text{const}}, \quad c_p = (dq/dT)_{p=\text{const}} \quad (4.2)$$

$dv = 0, dp = 0$ とすると、 $dq = de, dq = dh$ となるから

$$de = c_v dT, e = c_v T, \quad \text{また } dh = c_p dT, h = c_p T \quad (4.3)$$

比熱比 κ specific heat ratio : 定圧比熱 c_p と定容比熱 c_v の比。

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{温度 } 293.15\text{Kの乾き空気; } \kappa = 1.4) \quad (4.4)$$

定圧条件下:

\Rightarrow 系 発熱 \Rightarrow 外部に熱を出す \Rightarrow エンタルピー下がる。
 吸熱して外部より熱を受け取る \Rightarrow エンタルピー上昇。

つまり

系が

発熱 \Rightarrow エンタルピー 下がる。 $h \downarrow$

吸熱 \Rightarrow エンタルピー 上がる。 $h \uparrow$

外の系に仕事をすると \Rightarrow エンタルピーが下がる。 $h \downarrow$

外の系から仕事をされる \Rightarrow エンタルピーが上がる。 $h \uparrow$

圧力一定 \Rightarrow 第2項は、外部に行った仕事。

「定圧下で \Rightarrow 系に加えた熱 \Rightarrow 仕事と内部エネルギーの上昇に使われる。その両方を合わせたもの。
 \Rightarrow エンタルピー」

内部エネルギーと仕事 (圧力 \times 体積) の和を
 エンタルピーと定義。

定圧下でのエンタルピーの変化量は、
 その物質または場に入出力するエネルギー量に等しい。

5. 熱力学の第2法則、エントロピー

熱力学の第2法則 second law of thermodynamics

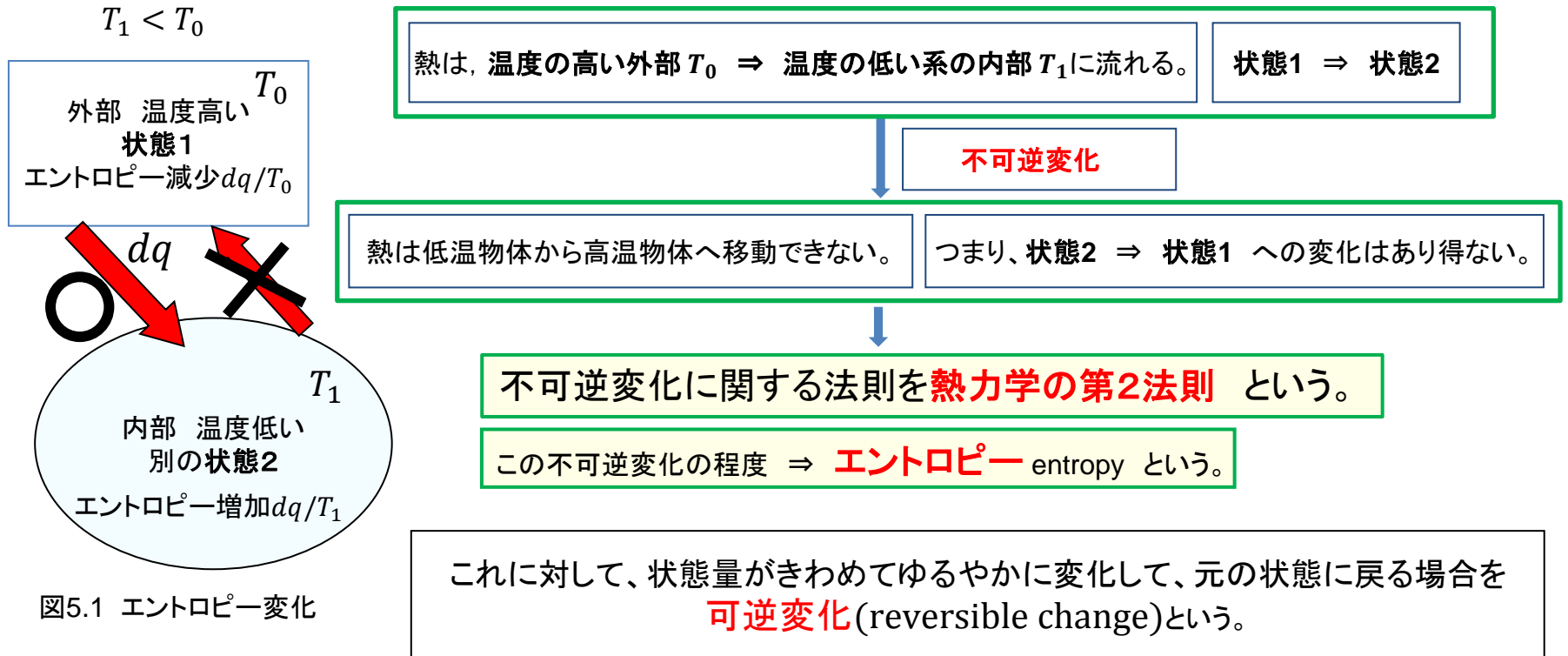


図5.1 エントロピー変化

気体の単位質量のエントロピーを s とすると、エントロピーの変化 ds は

$$ds = \frac{dq}{T} \quad [J/(kg \cdot K)] \quad (5.1)$$

6. 断熱変化、等エントロピー変化

断熱変化 adiabatic change

系の外部との間に熱の出入りのない変化
すなわち: $dq = 0$ の場合には $ds = 0$ となる。

等エントロピー変化 isentropic change

$ds = 0$ の状態で気体の状態量が変化すること。

等エントロピー変化では、圧力、温度、密度の間に上式の関係式が成立する。

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}, \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}, \frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\kappa \quad (6.1)$$

上式を、**等エントロピー関係式 isentropic relation** という。

圧縮性流れでは、等エントロピー変化の仮定が⇒実際の流れに十分によい近似で適用でき重要である！

等エントロピーの関係式は、一般に次式で表される。

$$pv^\kappa = \text{const}, \frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const} \quad (6.2)$$

あるいは、次式で表される。

$$Tv^{\kappa-1} = \text{const}, \frac{T}{\rho^{\kappa-1}} = \text{const} \quad (6.3)$$